

استدلال : دلیل آوردن و استفاده از معلومات قبلی برای معلوم شدن موضوعی که در ابتدا مشخص نبوده است.

اثبات : به استدلالی که موضوع مورد نظر را به درستی نتیجه دهد اثبات می گوئیم.

@riaziat789

مثال نقض : برای رد یک ادعای ریاضی از مثال نقض استفاده می کنیم.

نکته : همواره برای اثبات یک مسئله نمی توان از رسم شکل یا شهود استفاده کرد زیرا ممکن است خطای دید در آن شکل وجود داشته باشد.

مثال : برای هر یک از مسئله های زیر یک مثال نقض بزنید :

الف) تمام اشکال هندسی گوشه یا زاویه دارند؟ دایره یک شکل هندسی است که دارای گوشه و زاویه نیست.

ب) تمام اعداد زوج اول هستند؟ عدد ۲ تنها عدد زوجی است که اول نیز است.

مثال : کدام یک از استدلال های زیر منطقی و کدام غیر منطقی است :

الف) علی می گوید : هر وقت من درس نخواندم همان روز معلم از من سوال می کند؟ غیر منطقی

ب) تصادف منجر به مرگ در جادها ممکن است به دلیل نقض فنی ماشین باشد؟ منطقی

مثال : با توجه به مفروضات داده شده نتیجه حاصل را بنویسید :

الف)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{در لوزی قطر ها عمود منصف یکدیگرند} \\ \text{لوزی نوعی مربع است} \end{array} \right.$	$\Leftarrow$ در مربع قطر ها عمود منصف یکدیگرند
ب)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{هر چهار ضلعی که زاویه قائمه داشته باشد مستطیل است} \\ \text{مربع دارای زاویه قائمه است} \end{array} \right.$	$\Leftarrow$ مربع نوعی مستطیل است

نکته : برای اثبات هر مسئله ای در هندسه باید بدانیم آن مسئله چه به ما داده است و چه از ما خواسته است.

فرض مسئله : اطلاعاتی که در مسئله داده شده یا حقایقی که مربوط به آن مسئله باشد. (به طور خلاصه داده ها مسئله)

حکم مسئله : خواسته های مسئله را حکم مسئله می گویند.

مثال : در هر مسئله فرض و حکم را مشخص کنید :

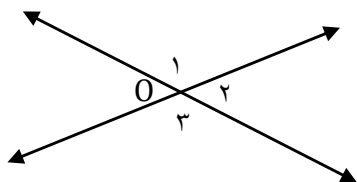
الف) زاویه های روبه رو لوزی برابرند. فرض : خواص لوزی حکم : برابر بودن زاویه های رو به رو

ب) طول دو مماس در دایره همواره برابرند. فرض : دایره و عمود بودن خط مماس بر شعاع حکم : برابر بودن دو مماس

مثال: ثابت کنید زاویه های متقابل به راس با هم برابرند.

فرض: $\hat{O}_1$ و $\hat{O}_3$ دو زاویه متقابل به رأس

حکم: $\hat{O}_1 = \hat{O}_3$

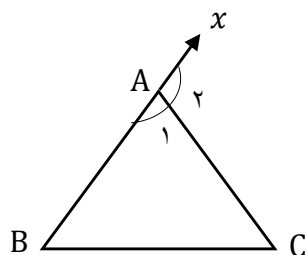


$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ \text{ (درجه)} \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ \text{ (درجه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 + \cancel{\hat{O}_2} = \cancel{\hat{O}_2} + \hat{O}_3 \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

مثال: ثابت کنید زاویه ی خارجی مثلث برابر است با مجموع دو زاویه ی داخلی غیر مجاور آن.

فرض: $\hat{A}_2$ زاویه ی خارجی مثلث

حکم: $\hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$



$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 180^\circ \text{ (درجه)} \\ \hat{A}_1 + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ (درجه)} \end{array} \right\} \Rightarrow \cancel{\hat{A}_1} + \hat{A}_2 = \cancel{\hat{A}_1} + \hat{B} + \hat{C} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$$

هم نهشتی مثلث ها: دو مثلث به سه حالت هم نهشت هستند:

الف) دو ضلع مساوی و زاویه بین مساوی (ض ز ض) ب) دو زاویه مساوی و ضلع بین مساوی (ز ض ز) ج) سه ضلع مساوی (ض ض ض)

نکته: سه زاویه مساوی (ز ز ز) از حالت های هم نهشتی نیست.

هم نهشتی دو مثلث قائم الزاویه: دو مثلث قائم الزاویه به دو حالت هم نهشت هستند:

الف) وتر و یک زاویه ی تند (و ز) ب) وتر و یک ضلع (و ض)

نکاتی درباره هم نهشتی دو مثلث:

@riaziat789

الف) اگر دو مثلث به هم چسبیده باشند دارای ضلع مشترک هستند.

ب) اگر دو مثلث به صورت ضربدری باشند دارای زاویه متقابل به رأس هستند.

ج) اگر دو مثلث داخل دایره باشند از برابری شعاع دایره استفاده می کنیم.

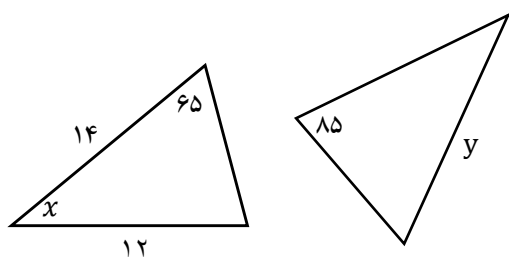
د) در مثلث متساوی الاضلاع هر سه ضلع و هر سه زاویه برابرند.

ه) در مثلث متساوی الساقین دو ساق و دو زاویه ی مجاور قاعده برابرند.

نکته: در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه های متناظر برابرند.

مثال: دو مثلث زیر هم نهشت هستند. مقادیر مجهول را مشخص کنید؟

(در دو مثلث هم نهشت اضلاع و زاویه های متناظر برابرند)



$$180 - (85 + 65) = 30 \quad (\text{مجموع زاویه های داخلی مثلث } 180^\circ \text{ درجه است})$$

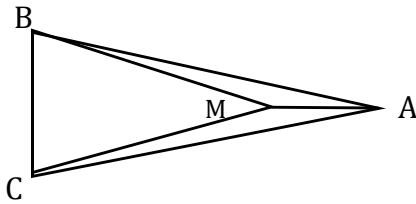
$$x = 30 \quad \text{و} \quad y = 14$$

مسعود زیر کاری

(استدلال و اثبات در هندسه)

ناحیه یک زاهدان

مثال: در شکل زیر دو مثلث ABC و MBC متساوی الساقین هستند. دلیل هم نهشتی دو مثلث AMB و AMC را بنویسید.



حکم: $\triangle AMB \cong \triangle AMC$

فرض: $AB = AC$ و $MB = MC$

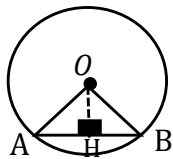
فرض $AB = AC$

فرض $MB = MC$

ضلع مشترک $AM = AM$

$\Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle AMC$
(ض ض ض)

مثال: با توجه به شکل زیر نشان دهید خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می شود آن وتر را نصف می کند.



حکم: $AH = HB$

فرض: O مرکز دایره و OH عمود بر AB

شعاع دایره $OA = OB$

درجه $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

ضلع مشترک $OH = OH$

$\Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow AH = HB$
(اجزای متناظر) (و ض)

قدم های حل مسئله در هندسه: برای حل مسئله ۴ گام (قدم) نیاز است:

(۴) راهبرد حل مسئله

(۳) نوشتن فرض و حکم مسئله

(۲) رسم شکل

(۱) درک و فهم مسئله

@riaziat789

مثال: نشان دهید هر نقطه روی عمود منصف قرار داشته باشد از دو سر پاره خط به یک اندازه است.

گام اول: (درک و فهم مسئله) عمود منصف خطی است که بر خط رسم شده عمود باشد و آن خط را نصف کند.

فرض: OH عمود منصف

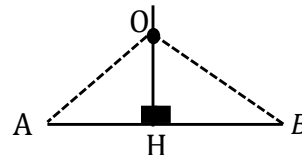
گام سوم: (نوشتن فرض و حکم)

حکم: $OA = OB$

فرض $AH = HB$

درجه $\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$

ضلع مشترک $OH = OH$



گام دوم: (رسم شکل)

$\Rightarrow \triangle AHO \cong \triangle BHO \Rightarrow OA = OB$
(اجزای متناظر) (ض ض ض)

مثال: نشان دهید طول دو مماس رسم شده از نقطه خارج دایره با هم برابر هستند.

گام اول: (درک و فهم مسئله) شعاع دایره بر خط مماس عمود و در دایره دو شعاع با هم برابرند.

فرض: $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$ و $OA = OB$

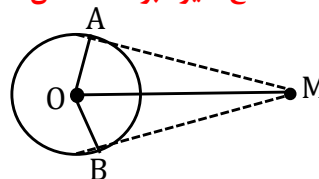
گام سوم: (نوشتن فرض و حکم)

حکم: $MA = MB$

شعاع دایره $OA = OB$

درجه $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$

ضلع مشترک $OM = OM$



گام دوم: (رسم شکل)

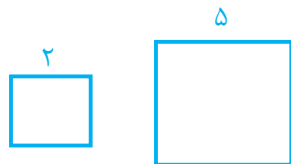
$\Rightarrow \triangle MAO \cong \triangle MBO \Rightarrow MA = MB$
(اجزای متناظر) (و ض)

گام چهارم: (راهبرد حل مسئله)

دو شکل متشابه : دو شکلی تعداد ضلع ها برابر و اضلاع به یک نسبت تغییر کنند (کوچک یا بزرگ یا بدون تغییر) ولی زاویه ها تغییر نکرده باشد ، دو شکل متشابه می گویند.

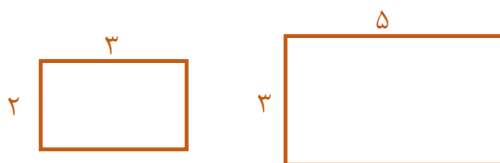
نکته : دو مربع دلخواه و دو مثلث متساوی الاضلاع همواره متشابه هستند.

مانند :



نکته : دو مستطیل همواره متشابه نیست. (چون اضلاع ممکن است به یک اندازه تغییر نکنند)

مانند :



نکته : دو مستطیل دلخواه در صورتی متشابه اند که نسبت طول ها با نسبت عرض ها برابر باشند.

مانند :



@riaziat789

نکته : دو لوزی دلخواه همواره متشابه نیست. (چون ممکن است زاویه ها دو به دو برابر نباشند)

نکته : دو لوزی دلخواه در صورتی متشابه اند که دارای یک زاویه ی مساوی باشند.

نکته : نسبت اضلاع متناظر دو شکل متشابه را نسبت تشابه می گویند.

نکته : دو شکل هم نهشت همواره متشابه و نسبت تشابه آن ها عدد یک است.

نکته : به طور کلی هر دو چند ضلعی منتظم دلخواه که تعداد اضلاع آن ها برابر باشد ، متشابه هستند.

نکته : در هر مثلث قائم الزایه متساوی الساقین ، اندازه ی هر زاویه تند ۴۵ درجه است.

نکته : دو مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین همواره متشابه اند.

نکته : در دو مثلث متشابه ، اضلاع مقابل به زاویه های برابر ، متناسب هستند.

مثال : دو مثلث ABC و DEF متشابه هستند. اگر اضلاع مثلث ABC به اندازه های ۳ و ۴ و ۶ و اضلاع مثلث DEF به اندازه های

۲ و ۸ و ۳ - باشند : (اضلاع دو مثلث از کوچک به بزرگ نوشته شده اند)

مسعود زیر کاری

(استدلال و اثبات در هندسه)

ناحیه یک زاهدان

الف) مقدار x و y را به دست آورید.

$$\text{تناسب اضلاع} \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2y} = \frac{4}{8} = \frac{6}{x-3} \\ \frac{3}{2y} = \frac{4}{8} \Rightarrow 8y = 24 \Rightarrow y = 3 \\ \frac{4}{8} = \frac{6}{x-3} \Rightarrow 4x - 12 = 48 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15 \end{cases}$$

ب) نسبت تشابه دو مثلث را بنویسید. $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

نکته: نقشه ی هر مکان ، با شکل واقعی آن مکان متشابه است و نسبت تشابه آن ها را **مقیاس نقشه** می گویند.

نکته: زاویه ی بین دو خط در نقشه ، با زاویه ی متناظر آن ها در واقعیت برابر است.

مثال: مقیاس نقشه ای ۱:۱۰۰۰۰۰ است. اگر طول جاده ای روی این نقشه ۱۲ سانتی متر باشد :

الف) طول واقعی جاده چند کیلو متر است؟

$$\frac{1}{100000} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 1200000 \text{ cm} \quad 1200000 \div 100000 = 12 \text{ km}$$

تبدیل واحد: هر کیلو متر ۱۰۰۰۰۰ سانتی متر است

ب) اگر اندازه ی یکی از زاویه های روی نقشه ۴۰ درجه باشد اندازه این زاویه در واقعیت چند درجه است؟

در دو شکل متشابه زاویه تغییر نمی کند. پس زاویه در واقعیت نیز ۴۰ درجه است.

نکته: در دو مثلث متشابه: الف) نسبت محیط و ارتفاع و نیمساز و عمود منصف و میانه با نسبت تشابه برابر است.

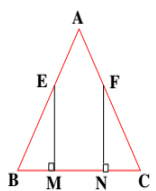
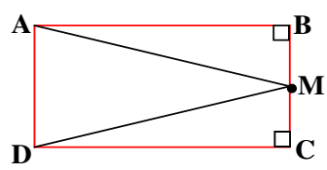
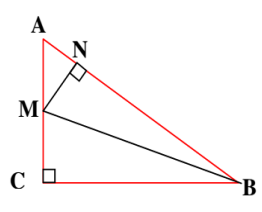
ب) نسبت مساحت با مجذور نسبت تشابه برابر است.

مثال: نسبت تشابه دو مثلث $\frac{3}{5}$ می باشد :

الف) نسبت میانه دو مثلث چند است؟ $\frac{3}{5}$ ب) نسبت مساحت دو مثلث چند است؟ $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

@riaziat789

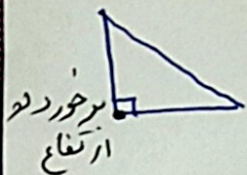
ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	برای مسئله های زیر یک مثال نقض بزنید : (الف) هر عدد صحیح معکوس دارد. (ب) حاصل ضرب دو عدد گنگ همواره عدد گنگ است. (ج) در هر مثلث محل برخورد دو ارتفاع درون مثلث است	۷	نشان دهید هر نقطه روی نیمساز زاویه قرار داشته باشد از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است؟ (۴ گام حل مسئله)
۲	در هر قسمت فرض و حکم مسئله را مشخص کنید : (الف) در مستطیل قطر ها مساویند. (ب) طول دو خط مماس بر یک دایره برابرند.	۸	ثابت کنید دو قطر مستطیل برابرند. (۴ گام حل مسئله)
۳	ثابت کنید مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.	۹	مثلث ABC متساوی الساقین و E و F وسط دو ساق اند. چرا $\overline{BM}$ و $\overline{CN}$ برابرند. فرض حکم $\overline{BM} = \overline{CN}$ $\left. \begin{array}{l} \overline{BE} = \dots \\ \dots = \hat{C} \\ \hat{M} = \hat{N} = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BME \cong \triangle \dots \Rightarrow \dots$ 
۴	طرف دوم استدلال های زیر را بنویسید. زاویای روبه رو متوازی الاضلاع برابرند ABCD یک متوازی الاضلاع نیست. در مربع دو قطر برابرند مربع نوعی مستطیل است	۱۰	مثلث ABC با اضلاع ۳ و ۴ و ۵ به ترتیب با مثلث DEF با اضلاع ۹ و ۱۲ و ۱۵ متشابه است : (الف) مقدار y را به دست آورید. (ب) نسبت تشابه دو مثلث را بنویسید. (ج) نسبت دو مساحت مثلث چند است.
۵	در مستطیل زیر M وسط BC است. ثابت کنید مثلث AMD متساوی الساقین است. 	۱۱	مقیاس یک نقشه $\frac{1}{300}$ است. فاصله دو نقطه در نقشه ۴ سانتی متر باشد و زاویه بین آن ها ۳۵ درجه است : (الف) فاصله دو نقطه در اندازه واقعی چند متر است. (ب) زاویه متناظر در طبیعت چند درجه است.
۶	در شکل زیر BM نیم ساز زاویه B است. دلیل تساوی BN و BC را بنویسید. 	۱۲	(الف) دو مستطیل دلخواه رسم کنید که متشابه باشند. (ب) دو لوزی دلخواه در چه صورتی متشابه هستند.

@riaziat789

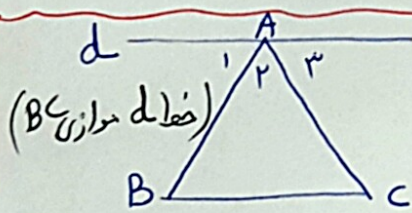
۱ الف) عدد صفر معکوس ندارد کبره معکوس ۰ معکوس ۰

۱- $a = \sqrt{2}$ و $b = 3\sqrt{2} \Rightarrow a \times b = 3\sqrt{2} = 4 \notin \mathbb{Q}$
 عدد گنگ نیست عدد گنگ عدد گنگ



ج) در مثل قائم الزامی برخورد دو ارتفاع داخل مثلث قرار نمی گیرند.

۲ الف) فرض | خواص متطیل
 حکم | برابر بودن قطرها
 فرض | ۰ مرکز یارده و در خط مماس بر یارده
 حکم | برابر بودن دو خط مماس



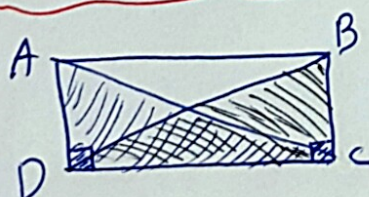
۳ نیم صفحه ۱۸۰
 $\left\{ \begin{array}{l} d \parallel BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B} \\ d \parallel BC \Rightarrow \hat{A}_3 = \hat{C} \end{array} \right\}$
 مجموع زاویه ها ۱۸۰
 $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{A}_3 = 180$
 $\hat{B} + \hat{A}_2 + \hat{C} = 180$
 داخلی مثلث

۴ الف) زاویه ها روبرو در ABCD متساویست (ب) دو قطر متطیل برابرند

۵ فرض | متطیل ABCD
 حکم | $\overline{AM} = \overline{MD}$
 فرض | $\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$
 طبق فرض $\overline{MB} = \overline{MC}$
 طول متطیل $\overline{AB} = \overline{DC}$
 (فرضی) $\triangle ABM \cong \triangle DCM$
 اجزاء متناظر $\overline{AM} = \overline{MD}$

۶ فرض | $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$
 حکم | $\overline{BC} = \overline{BN}$
 (دور) $\triangle BNM \cong \triangle BCM$
 طبق فرض $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$
 مشترک $\overline{BM} = \overline{BM}$
 اجزاء متناظر $\overline{BC} = \overline{BN}$

۷ فرض | $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 حکم | $\overline{AB} = \overline{AC}$
 استدلال $\left\{ \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{C} = 90^\circ \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \text{فرض} \\ \overline{OA} = \overline{OA} = \text{مشترک} \end{array} \right\}$
 (فرض) $\triangle OBA \cong \triangle OCA$
 اجزاء متناظر $\overline{AB} = \overline{AC}$
 (۵۹ نیم سار)



۸ فرض | متطیل ABCD
 حکم | $\overline{AC} = \overline{BD}$
 استدلال $\left\{ \begin{array}{l} \overline{AD} = \overline{BC} \text{ متطیل} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ \\ \overline{DC} = \overline{DC} = \text{مشترک} \end{array} \right\}$
 (فرضی) $\triangle ADC \cong \triangle BCD$
 اجزاء متناظر $\overline{AC} = \overline{BD}$
 نکته) همیشه را در دو مثلث $\triangle ADC$ و $\triangle BCD$ بررسی می کنیم

(9) فرض: $\triangle ABC$ در پایین E و F وسط BC و AC است
 معلوم: $\overline{BE} = \overline{FC}$
 $\hat{B} = \hat{C}$
 $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$
 $\triangle BME \cong \triangle CNF$ (م.م.م)
 $\Rightarrow \overline{BM} = \overline{CN}$ (م.م.م)

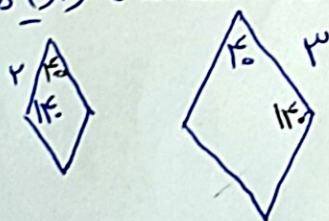
(10) الف) $\frac{3}{9} = \frac{4}{24} = \frac{5}{15} \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{4}{24} \Rightarrow 4y = 32 \Rightarrow y = 8$
 ب) $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

ج) نسبت مساحت دو مثلث متساوی با مجذور
 نسبت ضلع برابر است: $(\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$

(11) الف) $\frac{1}{2000} = \frac{4}{x} \Rightarrow x = 4 \times 2000 = 8000 \text{ cm}$
 ب) $8000 \div 100 = 80 \text{ m}$ (تبدیل واحد)

ب) در دو مثلث متساوی، زاویه‌ها متناظر برابر هستند پس زاویه در طبیعت 135° است

(12) الف) دو مستطیل دلخواه در صورتی متساوی هستند که نسبت اضلاع متناظر
 برابر باشد: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ (نسبت طول به عرض)
 ب) دو لوزی دلخواه در صورتی متساوی هستند که زاویه‌ها متناظر برابر باشند.



زیاده‌کاری

@riaziat789