

اعداد گویا: هر عددی که به کسر تبدیل شود عدد گویا نام دارد. (صورت و مخرج عدد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد)

نکته: مجموعه اعداد گویا را نمی توان با نوشتن اعضا مشخص کرد. بنابراین اعداد گویا را به صورت کلامی یا نماد ریاضی نشان می دهند.

نکته: اعداد گویا را با حرف انگلیسی Q نمایش می دهند: $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0 \right\}$ نماد ریاضی اعداد گویا

نکته: اعداد طبیعی، اعداد حسابی و اعداد صحیح را می توان مخرج یک داد. پس این اعداد زیر مجموعه ی اعداد گویا هستند.

مانند: $(-4 = -\frac{4}{1} \in Q)$

$(\mathbb{N} \subseteq Q \text{ و } \mathbb{W} \subseteq Q \text{ و } \mathbb{Z} \subseteq Q)$

@riaziat789

مثال: جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کمتر یا مساوی ۲	$\{x \in \mathbb{W} \mid x \leq 2\}$ $\{0, 1, 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 2\}$ $\{-2, -1, 0, 1\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگتر از -۱	$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > -1\}$ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	

جمع و تفریق اعداد کسری: مخرج مشترک گرفته که بهترین مخرج مشترک همان (ک.م.م) مخرج ها است.

مانند: $\left(-\frac{5}{12}\right) - \left(-\frac{7}{18}\right) = \frac{-15 + 14}{36} = -\frac{1}{36}$ مخرج ها (ک.م.م) $\Rightarrow [12 \text{ و } 18] = 36$

ضرب اعداد کسری: فقط در ضرب می توان قبل از جواب دادن صورت را با مخرج ساده کرد. سپس صورت ها در هم و مخرج ها در هم ضرب می شود.

مانند: $\left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{1}{8}$

تقسیم اعداد کسری: تقسیم به ضرب تبدیل می شود. (کسر اولی در معکوس کسر دومی ضرب می شود) سپس عبارت را ساده می کنیم.

مانند: $\left(+\frac{4}{7}\right) \div \left(-\frac{5}{21}\right) = \left(+\frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{21}{5}\right) = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$

مثال: حاصل عبارت زیر را به دست آورید

$$\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left[\left(-\frac{1}{15}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)\right] = \left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-1+9}{15}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{15}{8}\right) = +\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

مقایسه کسرها: از دو روش می توان استفاده کرد:

الف) هم مخرج کردن کسرها: ابتدا مخرج تمام کسرها را برابر کرده (ک م م) مخرج ها) سپس کسرها را مقایسه می کنیم.

مثال: کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{8}{20} \text{ و } \frac{15}{20} \text{ و } \frac{10}{20} \text{ و } \frac{14}{20} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

۲۰ = [۲ و ۴ و ۵ و ۱۰] (ک م م) مخرج ها

ب) تبدیل به عدد اعشار: صورت بر مخرج تقسیم و خارج قسمت تا دو رقم اعشار ادامه می دهیم.

مثال: کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{5} = 0/40 \text{ و } \frac{3}{4} = 0/75 \text{ و } \frac{1}{2} = 0/50 \text{ و } \frac{7}{10} = 0/70 \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

نکته) بین هر دو عدد گویا بی نهایت عدد گویا وجود دارد.

پیدا کردن کسرهایی بین دو عدد کسری: چند روش وجود دارد که دو روش کاربردی آن به صورت زیر است:

۱) صورت ها با هم و مخرج ها با هم جمع می کنیم.

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (b \text{ و } d \neq 0)$$

۲) ابتدا مخرج مشترک گرفته ، سپس صورت و مخرج را در یک واحد بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب کنیم.

مثال: بین $\frac{3}{4}$ و $\frac{4}{5}$ دو عدد گویا بنویسید.

(صورت و مخرج در عدد ۳ ضرب)

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{11}{14} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{15}{20} \text{ و } \frac{16}{20} \Rightarrow \frac{45}{60} \text{ و } \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{45}{60} < \frac{46}{60} < \frac{47}{60} < \frac{48}{60}$$

روش اول

@riaziat789

روش دوم

نمایش اعشاری کسرها:

۱) عددهای اعشاری متناهی یا مختوم: اگر باقیمانده صورت بر مخرج کسر صفر شود آن کسر را مختوم نام دارد.

$$\frac{3}{4} = 0/75 \quad \text{و} \quad \frac{4}{5} = 1/2$$

مانند:

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل دوم

(عدد های حقیقی)

پایه نهم

ناحیه یک زاهدان

نکته: بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر فقط عامل ۲ و ۵ باشند آن کسر مختوم است.

مانند:

$$\frac{3}{20} = 2^2 \times 5 \quad \text{و} \quad \frac{5}{8} = 2^3$$

@riaziat789

(۲) عددهای اعشاری متناوب ساده: اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت عددی مرتب تکرار شود آن را متناوب ساده می گویند.

مانند: (خط تیره روی عدد به معنی تکرار یا گردش عدد است) $\frac{1}{3} = 0.333000 = 0.\overline{3}$ و $\frac{5}{11} = 0.4545000 = 0.\overline{45}$

نکته: بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ نباشند آن کسر متناوب ساده است.

مانند:

$$\frac{3}{77} = 7 \times 11 \quad \text{و} \quad \frac{6}{13}$$

(۳) عدد های اعشاری متناوب مرکب: اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت بعد از یک یا چند رقم اعشار به رقم های تکراری برسند به آن کسر متناوب مرکب می گویند.

مانند:

$$\frac{7}{22} = 0.31818000 = 0.\overline{318}$$

نکته: بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر غیر از عامل ۲ و ۵ عامل دیگری باشند آن کسر متناوب مرکب است.

مانند:

$$\frac{5}{14} = 2 \times 7 \quad \text{و} \quad \frac{2}{75} = 3 \times 5^2$$

اعداد گنگ یا اصم: اعداد که تعداد ارقام اعشاری آن ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نباشند اعداد گنگ نام دارند.

مانند:

$$\sqrt{2} = 1.4142135 \dots \quad \text{و} \quad \sqrt{3} \approx 1.732050 \dots$$

نکته: مجموعه اعداد گنگ را با حرف انگلیسی \mathbb{Q} یا \mathbb{Q}^c نشان می دهند.

نکته: اگر n مربع کامل نباشد آنگاه \sqrt{n} عددی گنگ است. (یعنی اعدادی که جذر دقیق ندارند عدد گنگ هستند)

مانند:

$$\sqrt{2} \text{ و } \sqrt{3} \text{ و } \sqrt{0.9} \text{ و } \sqrt{0.4}$$

نکته: عدد π چون دارای دوره تناوب نیست عدد گنگ است. (عدد π تا ۱۰ رقم اعشار: $\pi \approx 3.1415926535$)

مثال: در جای خالی علامت \in یا \notin قرار دهید.

۲ مربع کامل نیست

۴۷ مربع کامل نیست

$$-\frac{2}{5} \notin \mathbb{Q} \quad \sqrt{0.36} \notin \mathbb{Q} \quad \sqrt{47} \in \mathbb{Q} \quad \pi \in \mathbb{Q} \quad \frac{3}{14} \notin \mathbb{Q} \quad 1 - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

نکته: بین دو عدد بی نهایت عدد گنگ وجود دارد.

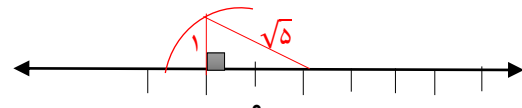
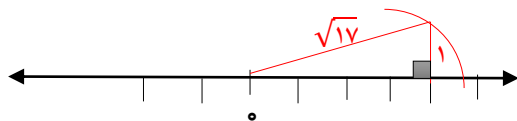
مثال: بین هر دو عدد داده شده دو عدد گنگ بنویسید.

الف) $\sqrt{3}$ و $\sqrt{4}$ $\sqrt{3} < \sqrt{3/1} < \sqrt{3/2} < \sqrt{4}$

مثال: عدد $\sqrt{10} - 3$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

بین 0 و -1 قرار دارد $3 - \sqrt{9} < 3 - \sqrt{10} < 3 - \sqrt{16} \Rightarrow -1 < 3 - \sqrt{10} < 0$

مثال: اعداد $\sqrt{17}$ و $1 - \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



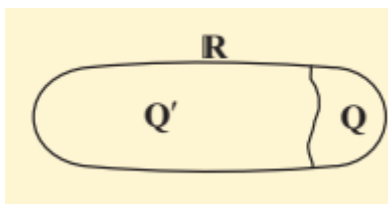
نکته: مجموع دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:** $a = \sqrt{2}$ و $b = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1$

نکته: اختلاف دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:** $a = \sqrt{5}$ و $b = -2 + \sqrt{5} \Rightarrow a - b = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 2$

نکته: ضرب دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:** $a = \sqrt{3}$ و $b = 2\sqrt{3} \Rightarrow a \times b = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{9} = 6$

نکته: تقسیم دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:** $a = 4\sqrt{7}$ و $b = \sqrt{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 4$

اعداد حقیقی: اجتماع مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ مجموعه اعداد حقیقی را تشکیل می دهد: $Q \cup Q' = \mathbb{R}$



نکته: مجموعه اعداد حقیقی را با حرف انگلیسی \mathbb{R} نشان می دهند.

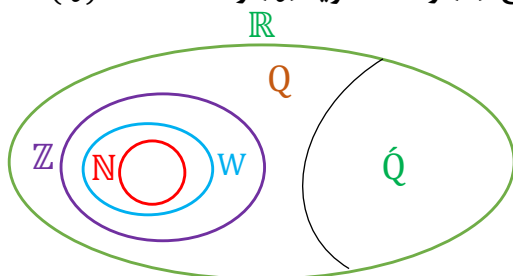
نکته: اعداد گنگ و اعداد گویا دو مجموعه ی جدا از هم هستند. یعنی این دو مجموعه عضو

مشترکی ندارند: $Q \cap Q' = \emptyset$

نکته: هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است و هر عددی که گنگ نباشد، عدد گویا است. (عددی وجود ندارد هم گویا باشد هم گنگ)

نماد ریاضی اعداد گنگ $Q' = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin Q\}$

نکته: نمودار ون مجموعه اعداد طبیعی (\mathbb{N}) و اعداد حسابی (\mathbb{W}) و اعداد صحیح (\mathbb{Z}) و اعداد گویا (Q) و اعداد گنگ (Q')



و اعداد حقیقی (\mathbb{R}) به صورت زیر است:

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq Q \subseteq \mathbb{R}$ و $Q' \subseteq \mathbb{R}$

پایه نهم ناحیه یک زاهدان

فصل دوم (اعداد های حقیقی)

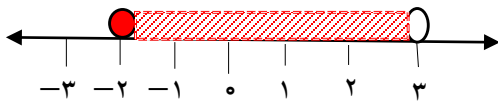
@riaziat789

ب) 2 و 3 $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$

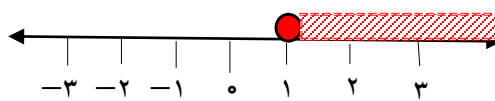
نمایش اعداد حقیقی روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ هستند پس نمایش این اعداد به صورت یک خط ممتدی است (اگر علامت نامساوی (سرکش) داشته باشد دایره توپر و بدون (سرکش) دایره تو خالی قرار می دهیم)

مثال: مجموعه اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

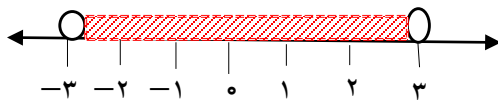
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$$



$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x\}$$



مثال: مجموعه متناظر محور مقابل را بنویسید.



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$$

قدر مطلق: فاصله ی نقطه نمایش یک عدد مانند a را از مبدأ مختصات قدر مطلق a می نامیم و آن را به صورت $|a|$ نشان می دهیم.

نکته: به طور کلی قدر مطلق هر عدد غیر صفر، عددی مثبت است. مانند: $|\frac{5}{2}| = \frac{5}{2}$ و $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

نکته: حاصل قدر مطلق هیچ وقت منفی نمی شود. (حاصل قدر مطلق یا مثبت است یا صفر)

خواص قدر مطلق: الف) قدر مطلق عدد مثبت برابر است با خود آن عدد: $x > 0 \Rightarrow |x| = x$

ب) قدر مطلق صفر برابر با صفر است: $x = 0 \Rightarrow |x| = 0$

ج) قدر مطلق عدد منفی برابر با قرینه آن عدد است: $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$

@riaziat789

مثال: عبارت های زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

$$|4 - 6 \times 2^2 \div 3 + 2| = |-2| = 2$$

$$|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$$

حاصل مثبت خود عبارت

$$|a^{20} - a^{30}| = -(a^{30} - a^{20})$$

حاصل منفی قرینه عبارت

مثال: اگر $x = \frac{2}{3}$ و $y = 3$ و $z = -\frac{1}{2}$ باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|-6x - 4z| + 2|y| = \left| -6\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(-\frac{1}{2}\right) \right| + 2|3| = |-4 + 2| + 2(3) = 2 + 6 = 8$$

$$|x \times y| = |x| \times |y|$$

نکته: قدر حاصل ضرب دو عدد مساوی است با حاصل ضرب قدرمطلق های آن دو عدد:

$$|-4 \times 5| = |-4| \times |5| \Rightarrow |-20| = 4 \times 5 \Rightarrow 20 = 20$$

مانند:

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

نکته: قدر مجموع دو عدد کوچک تر یا مساوی است با مجموع قدرمطلق های آن دو عدد:

$$|7 + (-3)| \leq |7| + |-3| \Rightarrow |4| \leq 7 + 3 \Rightarrow 4 \leq 10$$

مانند:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

نکته: با توجه به مفهوم قدر مطلق همواره رابطه مقابل برقرار است:

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \underbrace{|2 - \sqrt{5}|}_{\text{حاصل منفی}} = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$$

$$\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = \underbrace{|3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}|}_{\text{حاصل مثبت}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \left\{ \begin{array}{l} (3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{18}) \\ (2\sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{8}) \end{array} \right.$$

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	کسرهای زیر را به اعشار تبدیل کنید و نوع آن را مشخص کنید. (مختوم، متناوب ساده، متناوب مرکب)	۷	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\frac{-2 + \frac{1}{3} + 1\frac{1}{3}}{\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}} \times \frac{2}{5} =$
۲	عبارت های زیر را به زبان ریاضی بنویسید: الف) قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد مساوی با حاصل ضرب قدر مطلق آنهاست. ب) قدر مطلق مجموع دو عدد از مجموع قدر مطلق های آن دو عدد کوچکتر یا مساوی با آن است.	۸	قسمت دوم تساویهای زیر را کامل کنید: الف) $a < 0$ و $b < 0 \Rightarrow a + b = \dots$ ب) $a > 0$ و $b < 0 \Rightarrow a \times b = \dots$
۳	اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\frac{2}{3}$ و $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{6}$ و $\frac{1}{2}$	۹	الف) کسری مساوی $\frac{3}{5}$ بنویسید که مجموع صورت و مخرج آن ۴۰ باشد. ب) بین دو کسر $\frac{3}{4}$ و $\frac{3}{5}$ یک کسر با مخرج ۲۰ بنویسید.
۴	مجموعه های زیر را روی محور نشان دهید. الف) $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } x > -2\}$ ب) $\{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq 3\}$	۱۰	در مجموعه ی زیر چند عدد گنگ وجود دارد. $A = \left\{ \sqrt{16+3} \text{ و } 3/14 \text{ و } -\frac{3}{5} \text{ و } 1/\sqrt{18} \right\}$
۵	طرف دوم تساویهای زیر را کامل کنید. الف) $\mathbb{N} \cap \mathbb{Z} = \dots$ ب) $W \cup Q = \dots$ ج) $\mathbb{R} - Q = \dots$ د) $Q \cup Q = \dots$	۱۱	الف) عدد $\sqrt{5} + 4 -$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد. ب) بین $\sqrt{3}$ و ۳ دو عدد گنگ بنویسید.
۶	الف) مجموعه A را روی محور نمایش دهید. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x < 2\}$ ب) نمایش ریاضی نمودار زیر را بنویسید. ج) در جای خالی علامت (\in یا \notin) قرار دهید. $2 \bigcirc A$ $-2 + \sqrt{5} \bigcirc B$ $\sqrt{8} \bigcirc A$	۱۲	الف) حاصل هر عبارت را به دست آورید. A) $ 3 - 3 \times 4^2 \div 6 $ B) $ -3 + \sqrt{5} $ C) $ 2\sqrt{2} - \sqrt{5} $ D) $\sqrt{(2 - \sqrt{7})^2}$ ب) اگر $a = \frac{1}{4}$ و $b = \sqrt{3}$ و $c = 3$ باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $ a + b - c =$

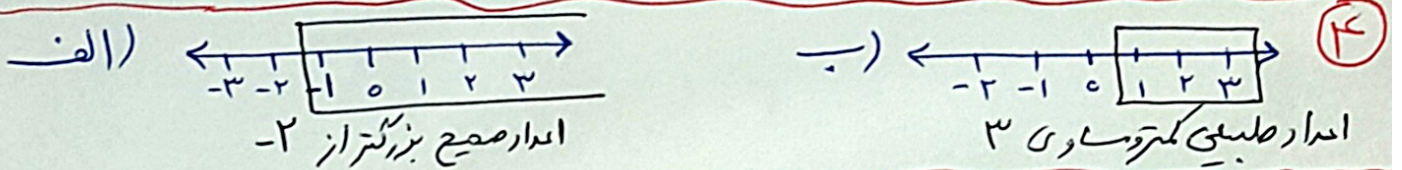
نکته ۱) برای تبدیل یک کسر به اشار باید صورت بر مخرج تقسیم کنیم:

الف) $\frac{3}{4} = 0,75$ مخرج
 ب) $\frac{13}{12} = 1,08\bar{3}$ ← متناوب مرتب
 ج) $\frac{2}{11} = 0,18\bar{18}$ متناوب سار

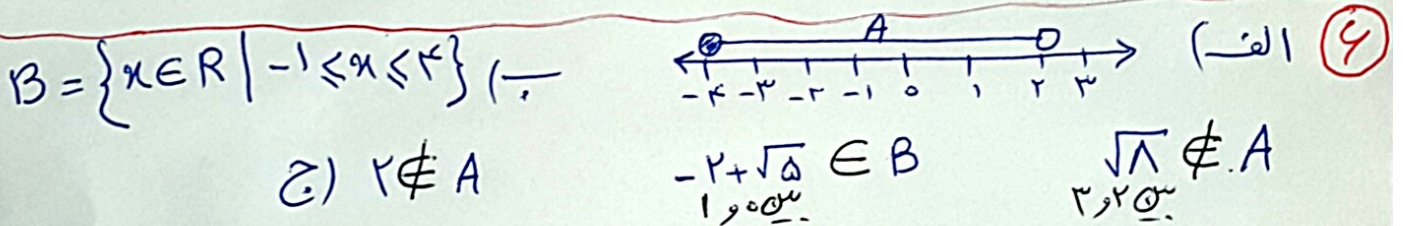
الف) $|a \times b| = |a| \times |b|$ ب) $|a+b| \leq |a| + |b|$ ۲

نکته ۳) برای مقایسه کردن کسرها می‌توان بین آن‌ها مخرج مشترک گرفت:

$\frac{2}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12}, \frac{6}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{4}{4} < \frac{5}{6}$



الف) \mathbb{N} ب) \mathbb{Q} ج) \mathbb{Q} د) \mathbb{R} ۵



$\frac{-4+1+2}{\frac{3}{1} \times \frac{4}{1}} \times \frac{2}{5} = \frac{-1}{4} \times \frac{2}{5} = -\frac{1}{10} \times \frac{2}{5} = -\frac{1}{25}$ ۷

الف) $a < 0, b < 0 \Rightarrow |a+b| = -(a+b) = -a-b$ حاصل منفی منفی منفی ۸

ب) $a > 0, b < 0 \Rightarrow |a \times b| = -ab$ حاصل منفی مثبت منفی @riaziat789

الف) $3+5=8$ مخرج صورت مخرج $\frac{3}{5} \times \frac{15}{25} = \frac{45}{125} = \frac{9}{25}$ ۹

ب) $\frac{3}{5}, \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{12}{20}, \frac{15}{20} \Rightarrow \left\{ \frac{13}{20} \leq \frac{14}{20} \right\}$

۱۰) نکته) عددی گنگ است که به کسر تبدیل نشود یا جذر (مربع) ندارد:

$$A = \left\{ \sqrt{19}, \sqrt[3]{14}, -\frac{3}{5}, \sqrt{18} \right\} \rightarrow \text{مقادیر گنگ}$$

$\sqrt{19}$ عدد گنگ $\sqrt[3]{14}$ عدد گویا $-\frac{3}{5}$ عدد گویا $\sqrt{18}$ عدد گویا

۱۱) الف) $\sqrt{\frac{4}{2}} < \sqrt{5} < \sqrt{\frac{4}{3}} \Rightarrow -\frac{4}{-2} < -4 + \sqrt{5} < -\frac{4}{-1} + \frac{3}{-1}$
 ب) ۱، ۲، ۳ - قرار دارد.

ب) $3 = \sqrt{9} \Rightarrow \sqrt{3} < \sqrt{5} < \sqrt{4} < \sqrt{9}$


۱۲) الف) A) $|\frac{3-3}{-4} + \frac{4}{-8}| = |-5| = 5$ حاصل منفی

B) $|\frac{-3 + \sqrt{5}}{-1}| = 3 - \sqrt{5}$ حاصل منفی

C) $|\frac{\sqrt{8}}{2} - \sqrt{5}| = 2\sqrt{2} - \sqrt{5}$ حاصل مثبت

D) $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}| = -2 + \sqrt{5}$ حاصل منفی

ب) $|\frac{1}{2} + \sqrt{3} - 3| = |-\frac{5}{2} + \sqrt{3}| = \frac{5}{2} - \sqrt{3}$ حاصل منفی

زیاده


@riaziat789