

نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۶۰ دقیقه

نام آزمون: پیش آزمون هشتم ۱۲

تاریخ انتشار پاسخ: ۱۳۹۷/۱۲/۲۳

تاریخ آزمون: ۱۳۹۷/۱۲/۲۲

محمدرضا فاتحی نسب

۱ با کدام یک از ضلع‌های زیر نمی‌توان مثلث قائم الزاویه رسم کرد؟

۱ ۳، ۴، ۵

۲ ۹، ۱۲، ۱۵

۳ ۵، ۱۲، ۱۳

۴ ۱۳، ۱۴، ۱۷

۲ با کدام یک از ضلع‌های زیر نمی‌توان مثلث قائم الزاویه رسم کرد؟

۱ ۳، ۴، ۵

۲ ۹، ۱۲، ۱۵

۳ ۵، ۱۲، ۱۳

۴ ۱۳، ۱۴، ۱۷

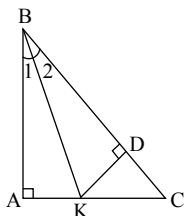
۳ در شکل روبه‌رو BK نیمساز زاویه B است. کدام یک از دلایل زیر را نمی‌توان به‌عنوان دلیل همنهشتی دو مثلث BKA و BKD استفاده کرد؟

۱ $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$

۲ $AB = BD$

۳ $\hat{D} = \hat{A} = 90^\circ$

۴ $BK = BK$



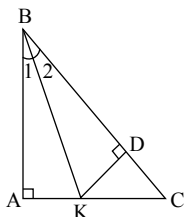
۴ در شکل روبه‌رو BK نیمساز زاویه B است. کدام یک از دلایل زیر را نمی‌توان به‌عنوان دلیل همنهشتی دو مثلث BKA و BKD استفاده کرد؟

۱ $\hat{B}_1 = \hat{B}_2$

۲ $AB = BD$

۳ $\hat{D} = \hat{A} = 90^\circ$

۴ $BK = BK$



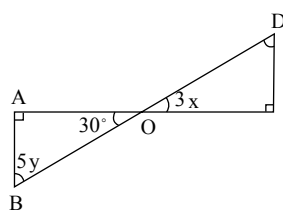
۵ مثلث OAB را با دوران 180° حول نقطه O بر مثلث OCD منطبق می‌کنیم. حاصل $x + y$ کدام است؟

۱ ۱۲

۲ ۱۰

۳ ۲۲

۴ ۳۲



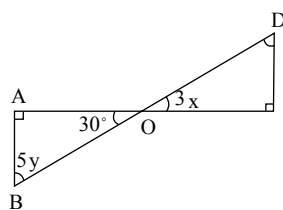
۶ مثلث OAB را با دوران 180° حول نقطه O بر مثلث OCD منطبق می‌کنیم. حاصل $x + y$ کدام است؟

۱ ۱۲

۲ ۱۰

۳ ۲۲

۴ ۳۲



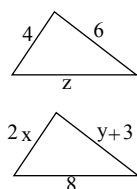
۷ دو مثلث زیر با انتقال بر هم منطبق می‌شوند. حاصل $x + y + z$ کدام است؟

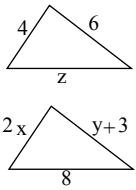
۱ ۱۳

۲ ۲۵

۳ ۲۸

۴ ۱۰



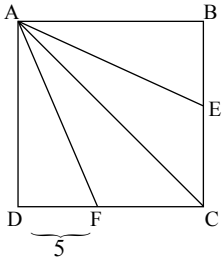


۸ دو مثلث زیر با انتقال بر هم منطبق می‌شوند. حاصل $x + y + z$ کدام است؟

- ۲۵ (۲)
۱۰ (۴)

- ۱۳ (۱)
۲۸ (۳)

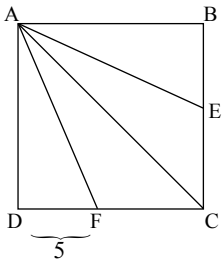
۹ با توجه به شکل در مربع ABCD، $AE = 2x + 5$ و $AF = 4x - 3$ و دو مثلث ACE و ACF همنهشت هستند. مساحت مربع کدام است؟



- ۱۳ (۲)
۱۶۹ (۴)

- ۱۴۴ (۱)
۱۲ (۳)

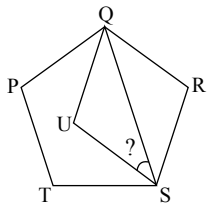
۱۰ با توجه به شکل در مربع ABCD، $AE = 2x + 5$ و $AF = 4x - 3$ و دو مثلث ACE و ACF همنهشت هستند. مساحت مربع کدام است؟



- ۱۳ (۲)
۱۶۹ (۴)

- ۱۴۴ (۱)
۱۲ (۳)

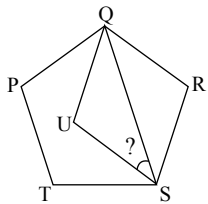
۱۱ در شکل روبرو پنج ضلعی PQRST منتظم است. اگر دو مثلث QRS، QUS همنهشت باشند، زاویه QSU چند درجه است؟



- ۳۸ (۲)
۳۶ (۴)

- ۱۰۸ (۱)
۷۲ (۳)

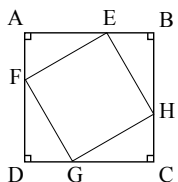
۱۲ در شکل روبرو پنج ضلعی PQRST منتظم است. اگر دو مثلث QRS، QUS همنهشت باشند، زاویه QSU چند درجه است؟



- ۳۸ (۲)
۳۶ (۴)

- ۱۰۸ (۱)
۷۲ (۳)

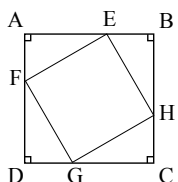
۱۳ در شکل روبرو مربع ABCD مربع است. اگر $\frac{AF}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{CH}{CB} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4}$ باشد، مثلث‌های AFE، CHG بنا به کدام حالت همنهشت هستند؟



- ض‌ض (۲)
دو زاویه و یک ضلع (۴)

- ض‌ض (۱)
وتر و یک زاویه تند (۳)

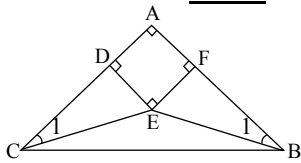
۱۴ در شکل روبرو مربع ABCD مربع است. اگر $\frac{AF}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{CH}{CB} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4}$ باشد، مثلث‌های AFE، CHG بنا به کدام حالت همنهشت هستند؟



- ض‌ض (۲)
دو زاویه و یک ضلع (۴)

- ض‌ض (۱)
وتر و یک زاویه تند (۳)

۱۵) مثلث ABC متساوی الساقین و چهارضلعی AFED مربع است. در بررسی همنهشتی مثلث‌های EDC, EFB کدام نادرست است؟



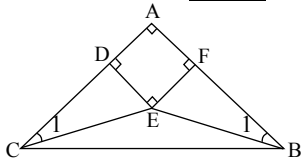
① $DE = EF$

② $DC = FB$

③ $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$

④ $\hat{D} = \hat{F}$

۱۶) مثلث ABC متساوی الساقین و چهارضلعی AFED مربع است. در بررسی همنهشتی مثلث‌های EDC, EFB کدام نادرست است؟



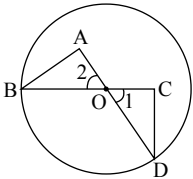
① $DE = EF$

② $DC = FB$

③ $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$

④ $\hat{D} = \hat{F}$

۱۷) در شکل مقابل $\hat{C}$ و $\hat{A}$ با هم مکمل و مساویند، دو مثلث OAB و OCD طبق کدام حالت همنهشت هستند؟



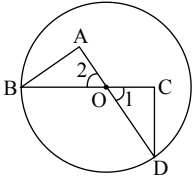
① ض ض ض

② وز

③ وض

④ ز ض ز

۱۸) در شکل مقابل $\hat{C}$ و $\hat{A}$ با هم مکمل و مساویند، دو مثلث OAB و OCD طبق کدام حالت همنهشت هستند؟



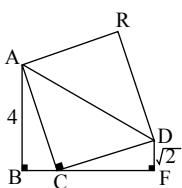
① ض ض ض

② وز

③ وض

④ ز ض ز

۱۹) اگر دو مثلث ABC, CFD همنهشت باشند محیط دوزنقه قائم الزاویه ABFD کدام است؟



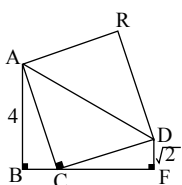
① $14 + 2\sqrt{2}$

② $16\sqrt{2}$

③ $44 + 2\sqrt{2}$

④ $46\sqrt{2}$

۲۰) اگر دو مثلث ABC, CFD همنهشت باشند محیط دوزنقه قائم الزاویه ABFD کدام است؟



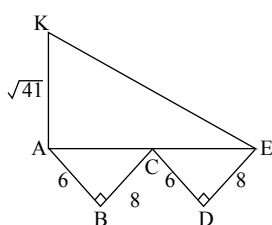
① $14 + 2\sqrt{2}$

② $16\sqrt{2}$

③ $44 + 2\sqrt{2}$

④ $46\sqrt{2}$

۲۱) در شکل مقابل دو مثلث ABC و CDE همنهشت هستند. محیط کل شکل کدام است؟



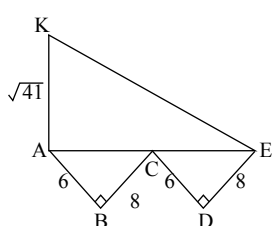
① $28 + \sqrt{41}$

② ۴۸

③ $49 + \sqrt{41}$

④ ۹۰

۲۲) در شکل مقابل دو مثلث ABC و CDE همنهشت هستند. محیط کل شکل کدام است؟



① $28 + \sqrt{41}$

② ۴۸

③ $49 + \sqrt{41}$

④ ۹۰

۲۳) کدام یک از حالت‌های زیر، از حالت‌های همنهشتی دو مثلث نمی‌تواند باشد؟

① ض ض ض

② ز ز ز

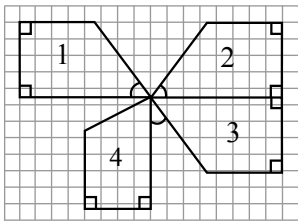
③ وض

④ ز ض ز

۲۴) کدام یک از حالت‌های زیر، از حالت‌های همنهشتی دو مثلث نمی‌تواند باشد؟

- ۱ ض ض ض ۲ زرز ۳ وض ۴ زضز

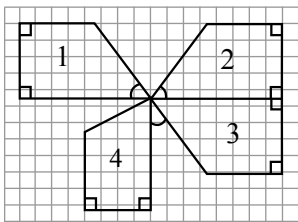
۲۵) معلم از مریم خواست تا مشخص کند هر شکل با چه تبدیلی بر شکل دیگر منطبق می‌شود. کدام پاسخ مریم درست است؟



- ۱ تقارن محوری ۲ → ۳ ۲ تقارن مرکزی ۱ → ۲

- ۱ تقارن محوری ۱ → ۳ ۳ انتقال ۱ → ۴

۲۶) معلم از مریم خواست تا مشخص کند هر شکل با چه تبدیلی بر شکل دیگر منطبق می‌شود. کدام پاسخ مریم درست است؟



- ۱ تقارن محوری ۲ → ۳ ۲ تقارن مرکزی ۱ → ۲

- ۱ تقارن محوری ۱ → ۳ ۳ انتقال ۱ → ۴

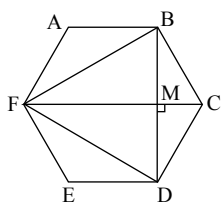
۲۷) کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر با مجموع مربع دو ضلع دیگر.
۲ اگر شکلی را بتوان با یک یا چند تبدیل هندسی طوری بر شکل دیگر منطبق کرد که کاملاً هم را بپوشانند، آن دو شکل همنهشت هستند.
۳ هر نقطه روی عمود منصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.
۴ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه ممکن است از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد.

۲۸) کدام گزینه نادرست است؟

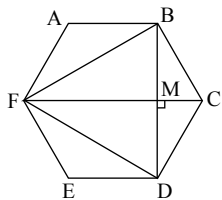
- ۱ در هر مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر با مجموع مربع دو ضلع دیگر.
۲ اگر شکلی را بتوان با یک یا چند تبدیل هندسی طوری بر شکل دیگر منطبق کرد که کاملاً هم را بپوشانند، آن دو شکل همنهشت هستند.
۳ هر نقطه روی عمود منصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.
۴ هر نقطه روی نیمساز یک زاویه ممکن است از دو ضلع زاویه به یک فاصله باشد.

۲۹) در شش ضلعی منتظم زیر دلایل کافی برای همنهشتی کدام دو شکل وجود دارد؟



- ۲ $\triangle FAB \cong \triangle FEDM$
۴ $\triangle FBC \cong \triangle FED$

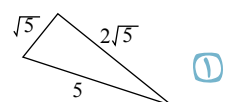
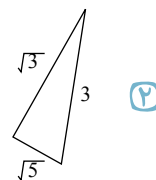
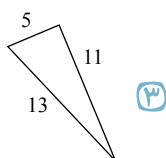
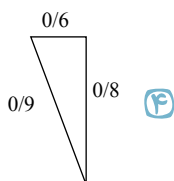
- ۱ $\triangle FAB \cong \triangle FMB$
۳ $\triangle FBM \cong \triangle FDM$



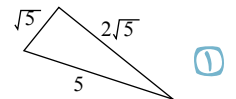
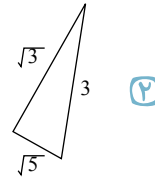
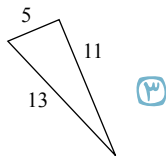
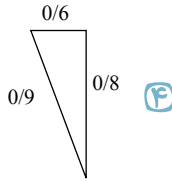
- ۲ $\triangle FAB \cong \triangle FEDM$
۴ $\triangle FBC \cong \triangle FED$

- ۱ $\triangle FAB \cong \triangle FMB$
۳ $\triangle FBM \cong \triangle FDM$

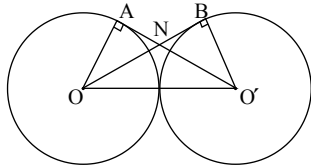
۳۱) علی برای رسم یک زاویه قائمه نیاز به گونیا دارد. او از کدام یک از مثلث‌های زیر می‌تواند به‌عنوان گونیا استفاده کند؟



۳۲) علی برای رسم یک زاویه قائمه نیاز به گونیا دارد. او از کدام یک از مثلث‌های زیر می‌تواند به عنوان گونیا استفاده کند؟

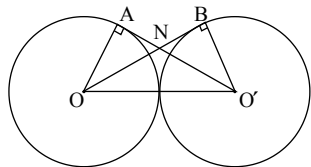


۳۳) در شکل زیر، دو دایره با شعاع‌های مساوی مفروض است و مثلث ONO' متساوی‌الساقین می‌باشد. کدام یک از حالت‌های زیر نمی‌تواند حالت هم‌نهشتی دو مثلث OAN و $O'BN$ باشد؟



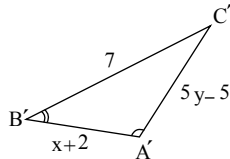
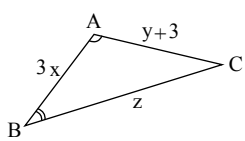
- ۱) وض
۲) وز
۳) ض ض ض
۴) ز ض ز

۳۴) در شکل زیر، دو دایره با شعاع‌های مساوی مفروض است و مثلث ONO' متساوی‌الساقین می‌باشد. کدام یک از حالت‌های زیر نمی‌تواند حالت هم‌نهشتی دو مثلث OAN و $O'BN$ باشد؟



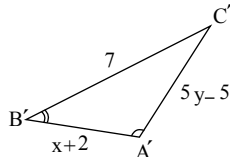
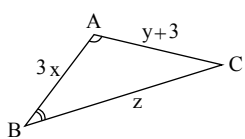
- ۱) وض
۲) وز
۳) ض ض ض
۴) ز ض ز

۳۵) مطابق شکل، اگر مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت باشند، محیط مثلث ABC کدام است؟



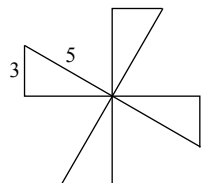
- ۱) ۷٫۵
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۱۰٫۵

۳۶) مطابق شکل، اگر مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت باشند، محیط مثلث ABC کدام است؟



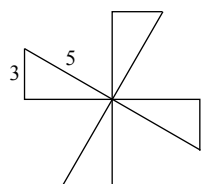
- ۱) ۷٫۵
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۱۰٫۵

۳۷) مریم با چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت مطابق شکل یک فرفره درست کرده است. محیط این شکل کدام است؟



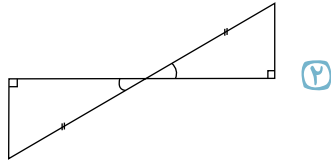
- ۱) ۴۸
۲) ۲۴
۳) ۴
۴) ۱۲

۳۸) مریم با چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت مطابق شکل یک فرفره درست کرده است. محیط این شکل کدام است؟

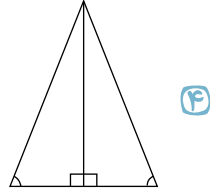


- ۱) ۴۸
۲) ۲۴
۳) ۴
۴) ۱۲

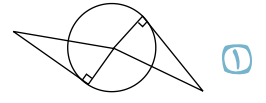
۳۹ در هر شکل بعضی از ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص شده‌اند. در کدام شکل اطلاعات داده شده برای تشخیص همنهشتی دو مثلث کافی نیست؟



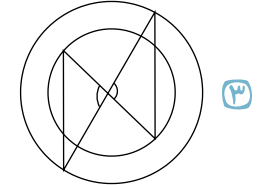
۲



۴

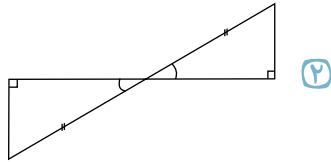


۱

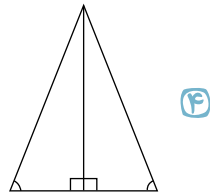


۳

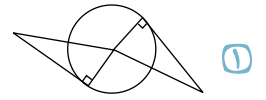
۴۰ در هر شکل بعضی از ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص شده‌اند. در کدام شکل اطلاعات داده شده برای تشخیص همنهشتی دو مثلث کافی نیست؟



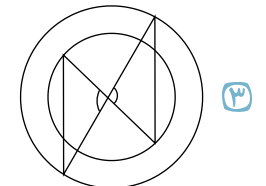
۲



۴

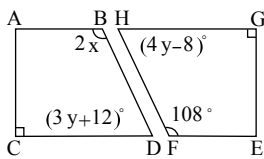


۱



۳

۴۱ طول مستطیل AGCE را به گونه‌ای برش داده‌ایم که دو چهار ضلعی همنهشت زیر حاصل شده است. در رابطه با اندازه $(x - y)$ ، کدام درست است؟



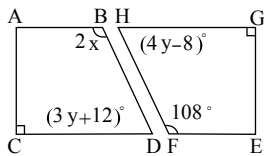
۲ از مکمل F بیش تر است.

۴ $x - y > 90$

۱ $20 < x - y < 54$

۳ $40 < x - y < 100$

۴۲ طول مستطیل AGCE را به گونه‌ای برش داده‌ایم که دو چهار ضلعی همنهشت زیر حاصل شده است. در رابطه با اندازه $(x - y)$ ، کدام درست است؟



۲ از مکمل F بیش تر است.

۴ $x - y > 90$

۱ $20 < x - y < 54$

۳ $40 < x - y < 100$

۴۳ دو مثلث متساوی‌الساقین در کدام حالت حتماً همنهشت هستند؟

۱ دو زاویه آنها مساوی باشند.

۳ دو ساق در هر دو مثلث مساوی باشند.

۲ قاعده و زاویه رو به قاعده مساوی باشند.

۴ قاعده‌ها مساوی باشند.

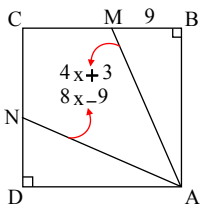
۴۴ دو مثلث متساوی‌الساقین در کدام حالت حتماً همنهشت هستند؟

۱ دو زاویه آنها مساوی باشند.

۳ دو ساق در هر دو مثلث مساوی باشند.

۲ قاعده و زاویه رو به قاعده مساوی باشند.

۴ قاعده‌ها مساوی باشند.



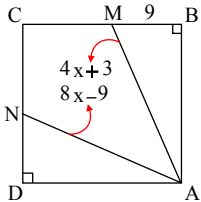
۴۵ در مربع CBAD دو مثلث ABM و ADN همنهشت هستند. مساحت مربع چند برابر محیط آن است؟

۴ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{4}$ (۱)

۳ (۳)



۴۶ در مربع CBAD دو مثلث ABM و ADN همنهشت هستند. مساحت مربع چند برابر محیط آن است؟

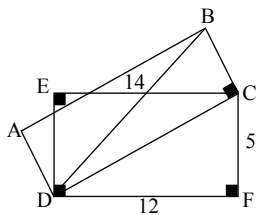
۴ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{4}$ (۱)

۳ (۳)

۴۷ با توجه به شکل، اگر دو مثلث ABD و CDB همنهشت باشند، و $DB = 14$ باشد، $\frac{1}{3}$ مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟



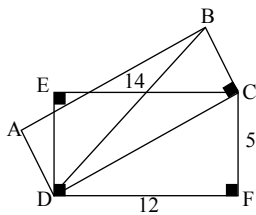
$39\sqrt{3}$ (۱)

$13\sqrt{3}$ (۲)

$21\sqrt{3}$ (۳)

$42\sqrt{3}$ (۴)

۴۸ با توجه به شکل، اگر دو مثلث ABD و CDB همنهشت باشند، و $DB = 14$ باشد، $\frac{1}{3}$ مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟



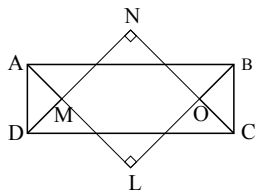
$39\sqrt{3}$ (۱)

$13\sqrt{3}$ (۲)

$21\sqrt{3}$ (۳)

$42\sqrt{3}$ (۴)

۴۹ از برخورد نیمسازهای مستطیل ABCD به طول ۱۲ و عرض ۴، مربع LMNO تشکیل شده است. مساحت مربع کدام است؟



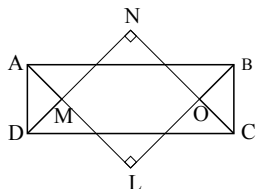
۱۶ (۱)

۴۸ (۲)

۳۲ (۳)

$8\sqrt{2}$ (۴)

۵۰ از برخورد نیمسازهای مستطیل ABCD به طول ۱۲ و عرض ۴، مربع LMNO تشکیل شده است. مساحت مربع کدام است؟



۱۶ (۱)

۴۸ (۲)

۳۲ (۳)

$8\sqrt{2}$ (۴)

۵۱ در چند مورد از حالات زیر، با مساوی بودن اجزای داده شده در دو مثلث، حتماً دو مثلث قابل انطباق هستند؟

(الف) سه زاویه و یک ضلع (ب) یک زاویه و دو ضلع (ج) سه ضلع و یک زاویه

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۵۲ در چند مورد از حالات زیر، با مساوی بودن اجزای داده شده در دو مثلث، حتماً دو مثلث قابل انطباق هستند؟

(الف) سه زاویه و یک ضلع (ب) یک زاویه و دو ضلع (ج) سه ضلع و یک زاویه

صفر (۴)

۳ (۳)

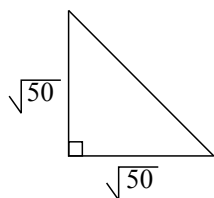
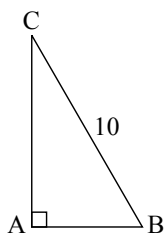
۲ (۲)

۱ (۱)

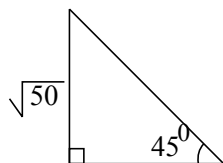
@riazicafe

مثث متساوی الساقین مقابل را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر با این مثث هم‌نهشت نیست؟

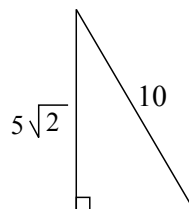
۵۳



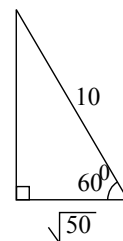
۴



۳



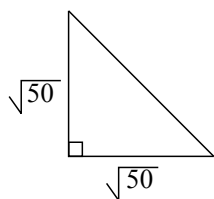
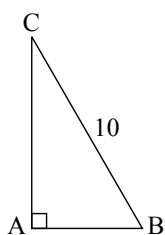
۲



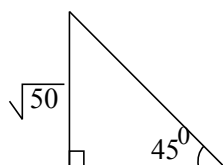
۱

مثث متساوی الساقین مقابل را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر با این مثث هم‌نهشت نیست؟

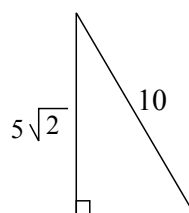
۵۴



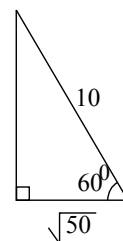
۴



۳



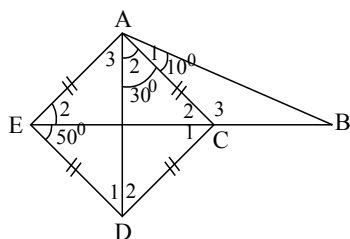
۲



۱

در شکل مقابل اختلاف اندازه زاویه A_3 و B را به دست آورید.

۵۵



۱ 30°

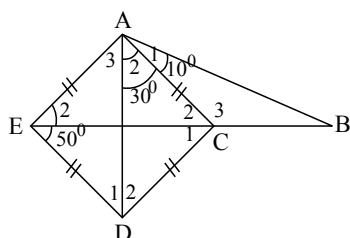
۲ 40°

۳ 50°

۴ 60°

در شکل مقابل اختلاف اندازه زاویه A_3 و B را به دست آورید.

۵۶



۱ 30°

۲ 40°

۳ 50°

۴ 60°

پاسخنامه تشریحی

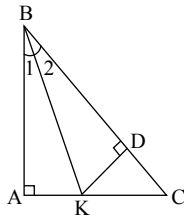
۱ - گزینه ۴) اندازه اضلاع داده شده در گزینه ۴، در رابطه فیثاغورس صدق نمی کند. پس نمی توان با این اضلاع مثلث قائم الزاویه رسم کرد.

$$\begin{cases} 17^2 = 289 \\ 14^2 = 196 \Rightarrow 17^2 \neq 14^2 + 13^2 \Rightarrow 289 \neq 365 \\ 13^2 = 169 \end{cases}$$

۲ - گزینه ۴) اندازه اضلاع داده شده در گزینه ۴، در رابطه فیثاغورس صدق نمی کند. پس نمی توان با این اضلاع مثلث قائم الزاویه رسم کرد.

$$\begin{cases} 17^2 = 289 \\ 14^2 = 196 \Rightarrow 17^2 \neq 14^2 + 13^2 \Rightarrow 289 \neq 365 \\ 13^2 = 169 \end{cases}$$

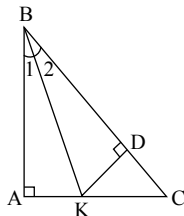
۳ - گزینه ۲)



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \text{ نیمساز } BK \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ BK = BK \text{ (ضلع مشترک) } \end{cases} \Rightarrow \triangle ABK \cong \triangle DBK \text{ (وتر یک زاویه)}$$

با توجه به استدلال بالا، گزینه ۲ را نمی توان به عنوان یک دلیل همنهشتی استفاده کرد.

۴ - گزینه ۲)



$$\begin{cases} \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \text{ نیمساز } BK \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \\ BK = BK \text{ (ضلع مشترک) } \end{cases} \Rightarrow \triangle ABK \cong \triangle DBK \text{ (وتر یک زاویه)}$$

با توجه به استدلال بالا، گزینه ۲ را نمی توان به عنوان یک دلیل همنهشتی استفاده کرد.

۵ - گزینه ۳)

چون دو مثلث همنهشت می باشند داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}\hat{O}\hat{B} = \hat{C}\hat{O}\hat{D} \Rightarrow 3x = 30^\circ \Rightarrow x = 10 \\ \hat{A}\hat{O}\hat{B} \text{ در مثلث } \hat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \Rightarrow 5y = 60^\circ \Rightarrow y = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 10 + 12 = 22$$

۶ - گزینه ۳)

چون دو مثلث همنهشت می باشند داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}\hat{O}\hat{B} = \hat{C}\hat{O}\hat{D} \Rightarrow 3x = 30^\circ \Rightarrow x = 10 \\ \hat{A}\hat{O}\hat{B} \text{ در مثلث } \hat{B} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ \Rightarrow 5y = 60^\circ \Rightarrow y = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y = 10 + 12 = 22$$

۷ - گزینه ۱) با توجه به تساوی اجزای متناظر در مثلث های همنهشت داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ y + 3 = 6 \Rightarrow y = 3 \\ z = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y + z = 2 + 3 + 8 = 13$$

۸ - گزینه ۱) با توجه به تساوی اجزای متناظر در مثلث‌های همنهشت داریم:

$$\left. \begin{aligned} 2x = 4 &\Rightarrow x = 2 \\ y + 3 = 6 &\Rightarrow y = 3 \\ z = 8 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x + y + z = 2 + 3 + 8 = 13$$

۹ - گزینه ۱) چون دو مثلث $ACF \cong ACE$ در نتیجه:

$$\begin{aligned} AE = AF &\Rightarrow 2x + 5 = 4x - 3 \Rightarrow 2x - 4x = -5 - 3 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4 \\ AE = 2x + 5 &= (2 \times 4) + 5 = 13 \end{aligned}$$

چون شکل مربع است، پس مثلث ABE قائم‌الزاویه است و $DF = BE = 5$ و مطابق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AE^2 - BE^2 \Rightarrow AB^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow AB^2 = 169 - 25 = 144$$

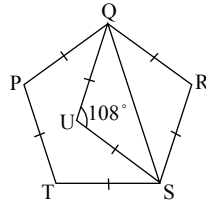
۱۰ - گزینه ۱) چون دو مثلث $ACF \cong ACE$ در نتیجه:

$$\begin{aligned} AE = AF &\Rightarrow 2x + 5 = 4x - 3 \Rightarrow 2x - 4x = -5 - 3 \Rightarrow -2x = -8 \Rightarrow x = 4 \\ AE = 2x + 5 &= (2 \times 4) + 5 = 13 \end{aligned}$$

چون شکل مربع است، پس مثلث ABE قائم‌الزاویه است و $DF = BE = 5$ و مطابق رابطه فیثاغورس داریم:

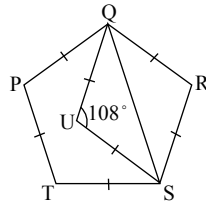
$$AB^2 = AE^2 - BE^2 \Rightarrow AB^2 = 13^2 - 5^2 \Rightarrow AB^2 = 169 - 25 = 144$$

۱۱ - گزینه ۴) چون پنج ضلعی منتظم است پس $\hat{R} = 108^\circ$ است و مثلث QRS یک مثلث متساوی الساقین است. لذا با توجه به همنهشتی مثلث‌ها نتیجه می‌شود مثلث QUS نیز یک مثلث متساوی الساقین و $\hat{U} = \hat{R} = 108^\circ$ است بنابراین:



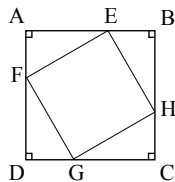
$$\left\{ \begin{aligned} 180^\circ - 108^\circ &= 72^\circ \\ 72^\circ \div 2 &= 36^\circ \Rightarrow \hat{UQS} = \hat{QSU} = 36^\circ \end{aligned} \right.$$

۱۲ - گزینه ۴) چون پنج ضلعی منتظم است پس $\hat{R} = 108^\circ$ است و مثلث QRS یک مثلث متساوی الساقین است. لذا با توجه به همنهشتی مثلث‌ها نتیجه می‌شود مثلث QUS نیز یک مثلث متساوی الساقین و $\hat{U} = \hat{R} = 108^\circ$ است بنابراین:



$$\left\{ \begin{aligned} 180^\circ - 108^\circ &= 72^\circ \\ 72^\circ \div 2 &= 36^\circ \Rightarrow \hat{UQS} = \hat{QSU} = 36^\circ \end{aligned} \right.$$

۱۳ - گزینه ۲)

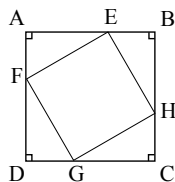


$$\left. \begin{aligned} \frac{AF}{AD} &= \frac{1}{4} \Rightarrow AF = \frac{1}{4}AD \\ \frac{CH}{CB} &= \frac{1}{4} \Rightarrow CH = \frac{1}{4}CB \end{aligned} \right\} \xrightarrow{AD=CB} AF = CH$$

به طریق مشابه با اثبات می‌توان به برابری AE با CG رسید و چون شکل مربع است:

$$\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

پس دو مثلث AFE, CHG به حالت (ض‌ض‌ض) همنهشت هستند.



$$\left. \begin{aligned} \frac{AF}{AD} &= \frac{1}{4} \Rightarrow AF = \frac{1}{4}AD \\ \frac{CH}{CB} &= \frac{1}{4} \Rightarrow CH = \frac{1}{4}CB \end{aligned} \right\} \xrightarrow{AD=CB} AF = CH$$

۱۴ - گزینه ۲)

به طریق مشابه با اثبات می‌توان به برابری AE با CG رسید و چون شکل مربع است:

$$\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

پس دو مثلث AFE, CHG به حالت (ض‌ض) هم‌نهشت هستند.

۱۵ - گزینه ۳) گزینه ۱، چون اضلاع مربع هستند، درست است.

گزینه ۲، از تساوی ساق‌های مثلث و اضلاع مربع می‌توان نتیجه گرفت.

گزینه ۳، دلیلی برای تساوی $B_1 = C_1$ در دو مثلث وجود ندارد.

گزینه ۴، $\hat{D} = \hat{F} = 90^\circ$

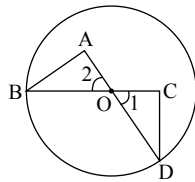
۱۶ - گزینه ۳) گزینه ۱، چون اضلاع مربع هستند، درست است.

گزینه ۲، از تساوی ساق‌های مثلث و اضلاع مربع می‌توان نتیجه گرفت.

گزینه ۳، دلیلی برای تساوی $B_1 = C_1$ در دو مثلث وجود ندارد.

گزینه ۴، $\hat{D} = \hat{F} = 90^\circ$

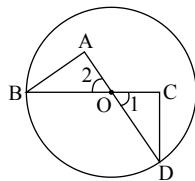
۱۷ - گزینه ۲) با توجه به این که $\hat{A}$ و $\hat{C}$ مکمل و مساویند، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \\ A = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{وتر مثلث} = OB = OD = r \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC \text{ (وتر یک زاویه)}$$

۱۸ - گزینه ۲) با توجه به این که $\hat{A}$ و $\hat{C}$ مکمل و مساویند، داریم:



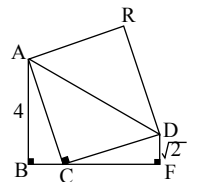
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \\ A = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{وتر مثلث} = OB = OD = r \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle ODC \text{ (وتر یک زاویه)}$$

۱۹ - گزینه ۱) چون دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC, CFD هم‌نهشت هستند داریم:

$$AB = CF = 4$$

$$BC = DF = \sqrt{2}$$



طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = DC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 16 + 2 = 18 \Rightarrow AC = DC = \sqrt{18}$$

$$AD^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{18})^2 = 18 + 18 = 36 \Rightarrow AD = \sqrt{36} = 6$$

$$= 6 + 4 + 4 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 14 + 2\sqrt{2} \text{ محیط دوزنقه}$$

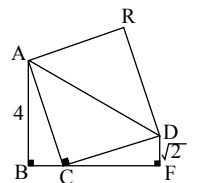
پس مثلث یک مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است و طبق رابطه فیثاغورس:

پس محیط دوزنقه عبارت است از:

۲۰ - گزینه ۱) چون دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC, CFD هم‌نهشت هستند داریم:

$$AB = CF = 4$$

$$BC = DF = \sqrt{2}$$



طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = DC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 16 + 2 = 18 \Rightarrow AC = DC = \sqrt{18}$$

@riazicafe

پس مثلث یک مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین است و طبق رابطه فیثاغورس:

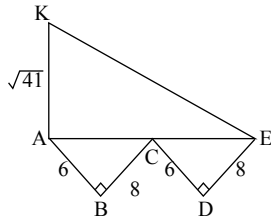
$$AD^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{18})^2 = 18 + 18 = 36 \Rightarrow AD = \sqrt{36} = 6$$

پس محیط دوزنقه عبارت است از:

$$= 6 + 4 + 4 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 14 + 2\sqrt{2}$$

۲۱ - گزینه ۳) برای به دست آوردن طول ضلع KE، باید طول ضلع AE را مشخص کنیم.

به کمک رابطه فیثاغورس AC را به دست می آوریم:



$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDE \Rightarrow AC = CE = 10$$

از طرفی مثلث KAE مثلث قائم الزاویه است، طبق رابطه فیثاغورس داریم:

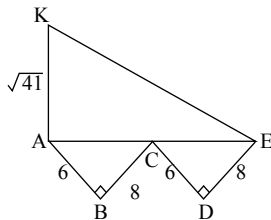
$$KE^2 = AE^2 + AK^2 \Rightarrow KE^2 = 20^2 + (\sqrt{41})^2 = 400 + 41 = 441 \Rightarrow KE = \sqrt{441} = 21$$

پس محیط کل شکل برابر است با:

$$\text{محیط} = AB + BC + CD + DE + KE + AK = 6 + 8 + 6 + 8 + 21 + \sqrt{41} = 49 + \sqrt{41}$$

۲۲ - گزینه ۳) برای به دست آوردن طول ضلع KE، باید طول ضلع AE را مشخص کنیم.

به کمک رابطه فیثاغورس AC را به دست می آوریم:



$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDE \Rightarrow AC = CE = 10$$

از طرفی مثلث KAE مثلث قائم الزاویه است، طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$KE^2 = AE^2 + AK^2 \Rightarrow KE^2 = 20^2 + (\sqrt{41})^2 = 400 + 41 = 441 \Rightarrow KE = \sqrt{441} = 21$$

پس محیط کل شکل برابر است با:

$$\text{محیط} = AB + BC + CD + DE + KE + AK = 6 + 8 + 6 + 8 + 21 + \sqrt{41} = 49 + \sqrt{41}$$

۲۳ - گزینه ۲) تساوی سه زاویه نمی تواند دلیلی برای همبستگی دو مثلث باشد.

گزینه ۳ هم در مثلث های قائم الزاویه قابل استفاده است.

۲۴ - گزینه ۲) تساوی سه زاویه نمی تواند دلیلی برای همبستگی دو مثلث باشد.

گزینه ۳ هم در مثلث های قائم الزاویه قابل استفاده است.

۲۵ - گزینه ۲) پاسخ های گزینه های ۱، ۳ و ۴ نادرست هستند و درست آن ها به صورت زیر است:

تقارن مرکزی
۱ : گزینه ۱ → ۳

دوران
۱ : گزینه ۳ → ۴

تقارن محوری
۱ : گزینه ۴ → ۲

تقارن مرکزی
۱ : گزینه ۱ → ۳

دوران

گزینه ۳ → ۴

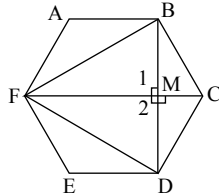
تقارن محوری

گزینه ۴ → ۱

۲۷ - گزینه ۴) می‌دانیم که هر نقطه روی نیمساز یک زاویه حتماً از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس به کاربردن کلمه «ممکن است» این گزینه را نادرست می‌کند.

۲۸ - گزینه ۴) می‌دانیم که هر نقطه روی نیمساز یک زاویه حتماً از دو ضلع زاویه به یک فاصله است، پس به کاربردن کلمه «ممکن است» این گزینه را نادرست می‌کند.

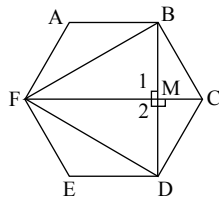
۲۹ - گزینه ۳) با بررسی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ می‌بینیم که دلایل کافی برای همنهشتی آنها وجود ندارد، اما در گزینه ۳ داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AF = FE \\ AB = ED \\ \hat{E} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle FAB \cong \triangle FED \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} FB = FD$$

$$\left. \begin{array}{l} FB = FD \\ FM = FM \text{ (مشترک)} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle FBM \cong \triangle FDM$$

۳۰ - گزینه ۳) با بررسی گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ می‌بینیم که دلایل کافی برای همنهشتی آنها وجود ندارد، اما در گزینه ۳ داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AF = FE \\ AB = ED \\ \hat{E} = \hat{A} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle FAB \cong \triangle FED \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} FB = FD$$

$$\left. \begin{array}{l} FB = FD \\ FM = FM \text{ (مشترک)} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle FBM \cong \triangle FDM$$

۳۱ - گزینه ۱) برقراری رابطه فیثاغورس را برای هر یک از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم. اگر بزرگترین ضلع در هر شکل را وتر در نظر بگیریم و آن را a بنامیم، داریم:

$$۱) a^2 = \sqrt{5}^2 + (2\sqrt{5})^2 = 5 + 20 = 25 \Rightarrow a = 5 \quad \checkmark$$

$$۲) a^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8} \quad \times$$

$$۳) a^2 = 11^2 + 5^2 = 121 + 25 = 146 \Rightarrow a = \sqrt{146} \approx 12 \quad \times$$

$$۴) a^2 = 0.6^2 + 0.8^2 = 0.36 + 0.64 = 1 \Rightarrow a = 1 \quad \times$$

۳۲ - گزینه ۱) برقراری رابطه فیثاغورس را برای هر یک از گزینه‌ها بررسی می‌کنیم. اگر بزرگترین ضلع در هر شکل را وتر در نظر بگیریم و آن را a بنامیم، داریم:

$$۱) a^2 = \sqrt{5}^2 + (2\sqrt{5})^2 = 5 + 20 = 25 \Rightarrow a = 5 \quad \checkmark$$

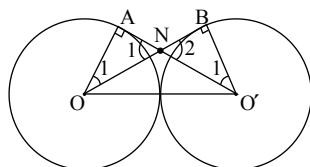
$$۲) a^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{3})^2 = 5 + 3 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8} \quad \times$$

$$۳) a^2 = 11^2 + 5^2 = 121 + 25 = 146 \Rightarrow a = \sqrt{146} \approx 12 \quad \times$$

$$۴) a^2 = 0.6^2 + 0.8^2 = 0.36 + 0.64 = 1 \Rightarrow a = 1 \quad \times$$

۳۳ - گزینه ۳) با توجه به داده‌های مسئله داریم:

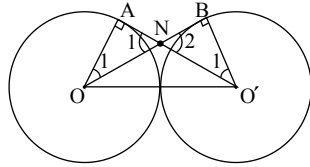
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ ON = O'N \\ OA = O'B \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وض} \\ \text{ساق‌های مثلث} \\ \text{شعاع} \end{array} \triangle OAN \cong \triangle O'BN$$



پیش از طرفی چون $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ متقابل به رأس هستند، می‌توانند به حالت «وز» نیز همنهشت باشند.

و طبق حالت رُض ز همنهشت هستند، چون:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{N}_1 = \hat{N}_p \text{ متقابل به رأس} \\ NO = NO' \text{ ساق های مثلث} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{N}_1 = \hat{N}_p \text{ متقابل به رأس} \end{array} \right\} \hat{O}_1 = \hat{O}'_1 \left. \begin{array}{l} \text{ضد الزامی} \\ \triangle OAN \cong \triangle O'BN \end{array} \right\}$$



اما در حالت کلی ض ض ض، دلایل کافی برای همنهشتی وجود ندارد، پس گزینه ۳ درست است.
۳۴ - گزینه ۳) با توجه به داده های مسئله داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ ON = O'N \text{ ساق های مثلث} \\ OA = O'B \text{ شعاع} \end{array} \right\} \triangle OAN \cong \triangle O'BN \text{ ض ض ض}$$

از طرفی چون $\hat{N}_1 = \hat{N}_p$ متقابل به رأس هستند، می توانند به حالت «وز» نیز همنهشت باشند.
و طبق حالت زض ز همنهشت هستند، چون:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{N}_1 = \hat{N}_p \text{ متقابل به رأس} \\ NO = NO' \text{ ساق های مثلث} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{N}_1 = \hat{N}_p \text{ متقابل به رأس} \end{array} \right\} \hat{O}_1 = \hat{O}'_1 \left. \begin{array}{l} \text{ض ض ز} \\ \triangle OAN \cong \triangle O'BN \end{array} \right\}$$

اما در حالت کلی ض ض ض، دلایل کافی برای همنهشتی وجود ندارد، پس گزینه ۳ درست است.

۳۵ - گزینه ۲) با توجه به این که دو مثلث همنهشت هستند، اندازه تک تک اضلاع آن را می توانیم به دست آوریم، داریم:

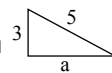
$$\left. \begin{array}{l} 3x = x + 2 \Rightarrow 3x - x = 2 \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow AB = 3 \\ y + 3 = 5y - 5 \Rightarrow -4y = -8 \Rightarrow \boxed{y=2} \Rightarrow AC = 5 \\ z = 7 \Rightarrow BC = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{محیط } \triangle ABC = 3 + 5 + 7 = 15$$

۳۶ - گزینه ۲) با توجه به این که دو مثلث همنهشت هستند، اندازه تک تک اضلاع آن را می توانیم به دست آوریم، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 3x = x + 2 \Rightarrow 3x - x = 2 \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow AB = 3 \\ y + 3 = 5y - 5 \Rightarrow -4y = -8 \Rightarrow \boxed{y=2} \Rightarrow AC = 5 \\ z = 7 \Rightarrow BC = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{محیط } \triangle ABC = 3 + 5 + 7 = 15$$

۳۷ - گزینه ۱) هر چهار مثلث همنهشت هستند، پس محیط هر ۴ شکل باهم برابر است.

برای به دست آوردن محیط مثلث قائم الزاویه، ابتدا از رابطه فیثاغورس اندازه ضلع a را به دست می آوریم:



$$a^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow a = 4$$

محیط مثلث برابر است با:

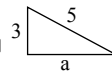
$$4 + 3 + 5 = 12$$

چون فرفره مریم از ۴ مثلث تشکیل شده است، پس:

$$\text{محیط فرفره} : 4 \times 12 = 48$$

۳۸ - گزینه ۱) هر چهار مثلث همنهشت هستند، پس محیط هر ۴ شکل باهم برابر است.

برای به دست آوردن محیط مثلث قائم الزاویه، ابتدا از رابطه فیثاغورس اندازه ضلع a را به دست می آوریم:



$$a^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow a = 4$$

محیط مثلث برابر است با:

$$4 + 3 + 5 = 12$$

چون فرفره مریم از ۴ مثلث تشکیل شده است، پس:

$$\text{محیط فرفره} : 4 \times 12 = 48$$

۳۹ - گزینه ۱) با دقت در گزینه ها در گزینه های ۲، ۳ و ۴ دلایل کافی برای همنهشتی دارند:

گزینه ۲: (وز) گزینه ۳: (ضض) گزینه ۴: (وض) یا (وز) یا (ضضض)

اما در گزینه ۱ دلایل کافی برای همبستگی دو مثلث وجود ندارد، بنابراین گزینه ۱ درست است.

۴۰ - گزینه ۱ با دقت در گزینه‌ها مشاهده می‌کنیم که مثلث‌ها در گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ دلایل کافی برای همبستگی دارند:

گزینه ۲: (وز) گزینه ۳: (ضضض) گزینه ۴: (وض) یا (وز) یا (ضضض)

اما در گزینه ۱ دلایل کافی برای همبستگی دو مثلث وجود ندارد، بنابراین گزینه ۱ درست است.

۴۱ - گزینه ۱ چون دو شکل همبست هستند، پس:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{F} &\Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ \\ \hat{D} = \hat{H} &\Rightarrow (3y + 12)^\circ = (4y - 8)^\circ \Rightarrow y = 20^\circ \end{aligned} \right\} x - y = 54 - 20 = 34^\circ$$

با توجه به گزینه‌ها می‌بینیم که $20 < 34 < 54$ ، بنابراین:

$$20 < x - y < 54$$

۴۲ - گزینه ۱ چون دو شکل همبست هستند، پس:

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{F} &\Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ \\ \hat{D} = \hat{H} &\Rightarrow (3y + 12)^\circ = (4y - 8)^\circ \Rightarrow y = 20^\circ \end{aligned} \right\} x - y = 54 - 20 = 34^\circ$$

با توجه به گزینه‌ها می‌بینیم که $20 < 34 < 54$ ، بنابراین:

$$20 < x - y < 54$$

۴۳ - گزینه ۲ می‌دانیم که اگر زاویه مقابل به قاعده در هر دو مثلث متساوی‌الساقین برابر باشند، حتماً دو زاویه دیگر آن‌ها نیز باهم برابر می‌شوند و چون قاعده‌ها نیز باهم برابر هستند، این دو مثلث در حالت «ضض» حتماً همبست خواهند بود.

پس گزینه ۲ درست است.

۴۴ - گزینه ۲ می‌دانیم که اگر زاویه مقابل به قاعده در هر دو مثلث متساوی‌الساقین برابر باشند، حتماً دو زاویه دیگر آن‌ها نیز باهم برابر می‌شوند و چون قاعده‌ها نیز باهم برابر هستند، این دو مثلث در حالت «ضض» حتماً همبست خواهند بود.

پس گزینه ۲ درست است.

۴۵ - گزینه ۳

با توجه به این که دو مثلث ABM و ADN همبست هستند، داریم:

$$AN = AM \Rightarrow 8x - 9 = 4x + 3 \Rightarrow 8x - 4x = 3 + 9 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث AMB، می‌توانیم ضلع مربع را به دست آوریم:

$$4x + 3 \xrightarrow{x=3} 15$$

$$AB^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow AB = \sqrt{144} = 12$$

مساحت مربع: $12 \times 12 = 144$ و محیط مربع: $12 \times 4 = 48$

پس نسبت مساحت به محیط برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت مربع}}{\text{محیط مربع}} = \frac{144}{48} = 3$$

۴۶ - گزینه ۳

با توجه به این که دو مثلث ABM و ADN همبست هستند، داریم:

$$AN = AM \Rightarrow 8x - 9 = 4x + 3 \Rightarrow 8x - 4x = 3 + 9 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث AMB، می‌توانیم ضلع مربع را به دست آوریم:

$$4x + 3 \xrightarrow{x=3} 15$$

$$AB^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow AB = \sqrt{144} = 12$$

مساحت مربع: $12 \times 12 = 144$ و محیط مربع: $12 \times 4 = 48$

پس نسبت مساحت به محیط برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت مربع}}{\text{محیط مربع}} = \frac{144}{48} = 3$$

۴۷ - گزینه ۲ با توجه به شکل می‌بینیم چهارضلعی ECFD مستطیل است و DC قطر آن است، پس طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$DC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$DC = \sqrt{169} = 13$$

همچنین $\triangle CDB$ قائم‌الزاویه است، طبق قضیه فیثاغورس ضلع BC را به دست می‌آوریم، داریم:

$$BC^2 = 14^2 - 13^2 = 196 - 169 = 27$$

$$BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

چون دو مثلث CDB و ADB همنهشت می‌باشد، پس $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ پس چهارضلعی ABCD مستطیل می‌باشد و مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 13 \times 3\sqrt{3} = 39\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ مساحت مستطیل} = \frac{39\sqrt{3}}{3} = 13\sqrt{3}$$

۴۸ - گزینه ۲) با توجه به شکل می‌بینیم چهارضلعی ECFD مستطیل است و DC قطر آن است، پس طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$DC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$DC = \sqrt{169} = 13$$

همچنین $\triangle CDB$ قائم‌الزاویه است، طبق قضیه فیثاغورس ضلع BC را به دست می‌آوریم، داریم:

$$BC^2 = 14^2 - 13^2 = 196 - 169 = 27$$

$$BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

چون دو مثلث CDB و ADB همنهشت می‌باشد، پس $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ پس چهارضلعی ABCD مستطیل می‌باشد و مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 13 \times 3\sqrt{3} = 39\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3} \text{ مساحت مستطیل} = \frac{39\sqrt{3}}{3} = 13\sqrt{3}$$

۴۹ - گزینه ۳) چون زوایای مستطیل 90° هستند، با رسم نیمسازهای آن، همه‌ی زاویه‌ها به دو زاویه‌ی 45° تقسیم می‌شوند و در محل تلاقی نیمسازها زاویه قائمه ایجاد خواهد شد. مثلث‌های ALB و AMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. ضلع $AL = x$ و $AM = y$ در نظر می‌گیریم:

$$\triangle ALB : AL^2 + LB^2 = AB^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = AB^2 \Rightarrow 2x^2 = 12^2$$

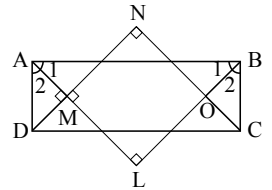
$$\Rightarrow 2x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

$$\triangle AMD : AM^2 + MD^2 = AD^2 \Rightarrow y^2 + y^2 = AD^2 \Rightarrow 2y^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow 2y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 - 2) = 4\sqrt{2} \text{ : ضلع مربع}$$

$$4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 16 \times 2 = 32 \text{ : مساحت مربع}$$



۵۰ - گزینه ۳) چون زوایای مستطیل 90° هستند، با رسم نیمسازهای آن، همه‌ی زاویه‌ها به دو زاویه‌ی 45° تقسیم می‌شوند و در محل تلاقی نیمسازها زاویه قائمه ایجاد خواهد شد. مثلث‌های ALB و AMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. ضلع $AL = x$ و $AM = y$ در نظر می‌گیریم:

$$\triangle ALB : AL^2 + LB^2 = AB^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = AB^2 \Rightarrow 2x^2 = 12^2$$

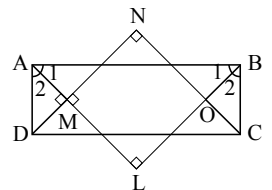
$$\Rightarrow 2x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2}$$

$$\triangle AMD : AM^2 + MD^2 = AD^2 \Rightarrow y^2 + y^2 = AD^2 \Rightarrow 2y^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow 2y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 - 2) = 4\sqrt{2} \text{ : ضلع مربع}$$

$$4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 16 \times 2 = 32 \text{ : مساحت مربع}$$



۵۱ - گزینه ۲) در حالت «الف» حالت (رض‌ز) و در حالت «ج» حالت (ض‌رض) یا (ض‌ض‌ض) اتفاق می‌افتد و دو مثلث هم‌نهشت (قابل انطباق) می‌گردند، اما در حالت «ب» معلوم نیست که زاویه بین دو ضلع قرار داشته باشد. پس فقط در دو مورد، مثلث‌ها حتماً قابل انطباق‌اند.

۵۲ - گزینه ۲) در حالت «الف» حالت (رض‌ز) و در حالت «ج» حالت (ض‌رض) یا (ض‌ض‌ض) اتفاق می‌افتد و دو مثلث هم‌نهشت (قابل انطباق) می‌گردند، اما در حالت «ب» معلوم نیست که زاویه بین دو ضلع قرار داشته باشد. پس فقط در دو مورد، مثلث‌ها حتماً قابل انطباق‌اند.

۵۳ - گزینه ۱) چون $\triangle ABC$ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. پس دو زاویه $\hat{B}$ و $\hat{C}$ با هم برابر بوده و داریم:

$$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{BC} \sin 45^\circ = \sqrt{50} \\ \overline{AC} &= \overline{BC} = \sqrt{50} \end{aligned} \right\} \text{پس:}$$

از طرفی در گزینه ۲ می‌توانیم به کمک رابطه فیثاغورس اندازه ضلع سوم را بدست آوریم. و این ۲ مثلث طبق ض ض یا ض ض ض ض هم‌نهشت‌اند.

در گزینه ۳ نیز زاویه سوم جمعاً 45° می‌باشد پس طبق ض ض ز با هم هم‌نهشت‌اند.

در گزینه ۴ نیز طبق ض ض ز با هم هم‌نهشت‌اند.

اما در گزینه ۱ یکی از زاویه‌ها 60° درجه می‌باشد و با مثلث ABC هم‌نهشت نیست.

۵۴ - گزینه ۱) چون $\triangle ABC$ مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس دو زاویه $\hat{B}$ و $\hat{C}$ با هم برابر بوده و داریم:

$$\hat{B} = \hat{C} = 45^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{BC} \sin 45^\circ = \sqrt{50} \\ \overline{AC} &= \overline{BC} = \sqrt{50} \end{aligned} \right\} \text{پس:}$$

از طرفی در گزینه ۲ می‌توانیم به کمک رابطه فیثاغورس اندازه ضلع سوم را بدست آوریم. و این ۲ مثلث طبق ض ض ض ض ض ض ض ض ض ض هم‌نهشت‌اند.

در گزینه ۳ نیز زاویه سوم جمعاً 45° می‌باشد پس طبق ض ض ز با هم هم‌نهشت‌اند.

در گزینه ۴ نیز طبق ض ض ز با هم هم‌نهشت‌اند.

اما در گزینه ۱ یکی از زاویه‌ها 60° درجه می‌باشد و با مثلث ABC هم‌نهشت نیست.

۵۵ - گزینه ۳)

$$C_p = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ - 30^\circ \left\{ \begin{aligned} \hat{C}_1 = \hat{E}_1 = 50^\circ &\leftarrow \text{چون } \triangle EDC \text{ متساوی‌الساقین است} \\ \hat{D}_p = \hat{A}_p = 30^\circ &\leftarrow \text{چون } \triangle ACD \text{ متساوی‌الساقین است} \end{aligned} \right.$$

چون $\triangle EAC$ متساوی‌الساقین است

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{C}_p - \hat{A}_1 = 180^\circ - 110^\circ - 10^\circ = 60^\circ$$

$$\rightarrow B - A_p = 60^\circ - 10^\circ = 50^\circ$$

۵۶ - گزینه ۳)

$$C_p = 180^\circ - 50^\circ - 30^\circ - 30^\circ \left\{ \begin{aligned} \hat{C}_1 = \hat{E}_1 = 50^\circ &\leftarrow \text{چون } \triangle EDC \text{ متساوی‌الساقین است} \\ \hat{D}_p = \hat{A}_p = 30^\circ &\leftarrow \text{چون } \triangle ACD \text{ متساوی‌الساقین است} \end{aligned} \right.$$

چون $\triangle EAC$ متساوی‌الساقین است

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{C}_p - \hat{A}_1 = 180^\circ - 110^\circ - 10^\circ = 60^\circ$$

$$\rightarrow B - A_p = 60^\circ - 10^\circ = 50^\circ$$