

ضرب اعداد توان دار: الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

تقسیم اعداد توان دار: الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم می کنیم.

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{9^5}{9^3} = 9^2$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را بر هم تقسیم می کنیم.

$$a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

$$20^8 \div 4^8 = 5^8$$

مانند:

نکته: اگر در ضرب و تقسیم اعداد توان دار پایه ها و توان ها برابر نباشند از تجزیه استفاده می کنیم.

$$4^8 \times 2^3 = (2^2)^8 \times 2^3 = 2^{16} \times 2^3 = 2^{19}$$

تجزیه

$$9^2 \div 27 = (3^2)^2 \div 3^3 = 3^4 \div 3^3 = 3$$

تجزیه

مانند:

نکته: اگر اعداد توان دار مثل هم باشند و بین آن ها علامت جمع باشد آن عبارت را تبدیل به ضرب می کنیم.

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$9^5 + 9^5 + 9^5 = 3 \times 9^5 = 3 \times (3^2)^5 = 3^{11}$$

تجزیه

مانند:

نکته: عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به تعداد توان ضرب نمی شود.

$$(-4)^2 = -4 \times -4 = 16$$

$$-4^2 = -(4 \times 4) = -16$$

مانند:

نکته: عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 = 81 \quad \text{توان زوج}$$

$$(-3)^3 = -27 \quad \text{توان فرد}$$

مانند:

نکته: اگر عدد توان دار داخل پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و توان ها را در هم ضرب می شود.

$$(3^2)^2 = 3^4$$

$$((2^2)^3)^4 = 2^{24}$$

مانند:

نکته: اگر عدد توان دار بدون پرانتز باشد و توان دیگر داشته باشد پایه را نوشته و عبارت بالا را جواب می دهیم.

$$2^{3^2} = 2^9$$

مانند:

@riaziat789

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$4^7 \times 2^3 \times (0.5)^7 = 2^7 \times 2^3 = 2^{10}$$

$$3^4 \times 3^2 \div 27 = 3^6 \div 3^3 = 3^3$$

تجزیه

$$\frac{206}{5^2 \times 4^6} = \frac{5^6}{5^2} = 5^4$$

$$\frac{4^7 \times 3^1}{3^3 \times 4^2} = \frac{4^7}{4^2} \times \frac{3^1}{3^3} = 4^5 \times 3^{-2} = 125$$

مثال: اگر $3^a = 5$ باشد حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

$$27^a = (3^3)^a = (3^a)^3 = 5^3 = 125$$

$$3^{a-3} = 3^a \div 3^3 = 5 \div 27 = \frac{5}{27}$$

$$9^2 a = (3^2)^2 a = (3^a)^4 = 5^4 = 625$$

نکته: برای مقایسه اعداد توان باید پایه یا توان اعداد را برابر کنیم.

مثال: اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$4 \text{ و } 2^{3^2} \text{ و } 2^3 \text{ و } 8^4 \text{ و } (2^3)^2 \Rightarrow 2^2 \text{ و } 2^9 \text{ و } 2^3 \text{ و } 2^{12} \text{ و } 2^6 \Rightarrow 2^2 < 2^3 < 2^6 < 2^9 < 2^{12}$$

جذر یا ریشه دوم اعداد: در تساوی $[3^2 = 9 \text{ و } (-3)^2 = 9]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم ۹ می گویند.

نکته: هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند: ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

نکته: در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ($\sqrt{\quad}$) نشان می دهند.

نکته: اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی ؛ منفی نمی شود.

@riaziat789

نکته: جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال: جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{\sqrt{16}} = \sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{0.25} = 0.5$$

$$\sqrt{\frac{49 \times 25}{100}} = \frac{7 \times 5}{10} = \frac{7}{2}$$

جذر تقریبی اعداد: برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

@riaziat789

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته: برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

مثال: مشخص عدد $\sqrt{۸۳}$ و $\sqrt{۳۲}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$$\sqrt{۳۵} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{۳۶} \quad (\text{بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است}) \quad \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰} \quad (\text{بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است})$$

مثال: جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$$\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$$(۶/۵)^2 = ۴۲/۲۵$$

مرحله ۳

$$۴۲/۲۵ < ۴۷$$

چون مجذور عدد وسط کمتر از عدد شده مجذور ۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

مرحله ۴

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجذور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$$\sqrt{۴۷} \approx ۶/۹$$

مثال: جذر تقریب عدد ۱۲۷ را به دست آورید.

مرحله ۱

عدد وسط

$$\sqrt{۱۲۱} < \sqrt{۱۲۷} < \sqrt{۱۴۴}$$

مرحله ۲

مجذور عدد وسط

$$(۱۱/۵)^2 = ۱۳۲/۲۵$$

مرحله ۳

$$۱۳۲/۲۵ > ۱۲۷$$

چون مجذور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجذور ۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۱۱/۱	۱۱/۲	۱۱/۳	۱۱/۴
مجذور عدد	۱۲۳/۲۱	۱۲۵/۴۴	۱۲۷/۶۹	۱۲۹/۹۶

$$\sqrt{127} \approx 11/3$$

نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد: برای نمایش این اعداد چهار مورد زیر را باید مشخص کنیم:

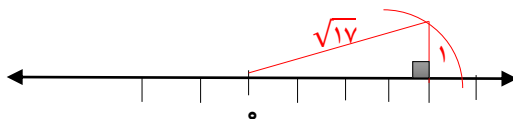
(۴) تعداد مثلث

(۳) جهت حرکت

(۲) تعداد حرکت

(۱) مبدأ حرکت

مثال: اعداد $\sqrt{17}$ و $1 - \sqrt{5}$ را روی محور اعداد نمایش دهید.



خواص ضرب و تقسیم رادیکال ها: در ضرب و تقسیم رادیکال ها می توان رادیکال را جدا از هم نوشت.

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{900} = \sqrt{9 \times 100} = \sqrt{9} \times \sqrt{100} = 30$$

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

نکته: در جمع و تفریق رادیکال ها نمی توان رادیکال را جدا از هم نوشت و جواب داد:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

نکته: برای ساده کردن عدد زیر رادیکال می توان برای بعضی از اعداد یک ضرب نوشت به شرطی که یکی از دو عدد جذر دقیق داشته باشد.

مثال: اعداد زیر را به صورت ضرب یک عدد طبیعی در رادیکال بنویسید.

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

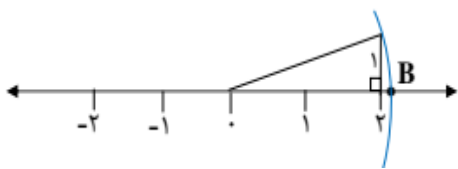
جذر ۲

$$3\sqrt{48} = 3\sqrt{16 \times 3} = 12\sqrt{3}$$

جذر ۴

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	مقدار هر عبارت را به دست آورید. الف) $3^3 + 4^2 \div 2^3 =$ ب) $10 - 3 \times 2^3 \div 6 - 3 =$ ج) $\frac{(7^4) \cdot 2^{23}}{2^2} =$	۷	الف) حاصل $(ab^2c^3)^2$ به صورت عدد توان دار بنویسید. ب) حاصل $\sqrt{2} \times \sqrt{8}$ برابر با چه عددی است. ج) سه عدد طبیعی بین $\sqrt{5}$ و $\sqrt{27}$ بنویسید.
۲	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) هفت برابر 7^9 ب) ثلث عدد 3^9 ج) ۲۵ برابر عدد 5^{10}	۸	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) $4^7 \times 2^3 \times 5^7 =$ ب) $\frac{3^9 + 3^9 + 3^9}{18^4 \div 6^4} =$
۳	اگر $2^x = 7$ باشد. حاصل هر عبارت را به دست آورید. الف) 2^{x+2} ب) 2^{x-3} ج) 8^x	۹	نقطه ی B نمایش چه عددی است. 
۴	در جاهای خالی عدد مناسب قرار دهید. الف) $8 \times 2^2 = 2^0$ ب) $\sqrt{\frac{9}{25}} \times \sqrt{\dots} = \dots \times 3$	۱۰	اعداد زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $\sqrt{12}$ و 1200 و $3^2 - 1$ و $\sqrt{\sqrt{16}}$
۵	مقدار دقیق جذرهای زیر را به دست آورید. الف) $\frac{\sqrt{36} \times 4}{\sqrt{0.25}} =$ ب) $2\sqrt{23 - \sqrt{44 + \sqrt{25}}} =$	۱۱	اعداد زیر بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارند و به کدام عدد نزدیکتر هستند. الف) $3\sqrt{2}$ ب) $-\sqrt{77}$
۶	جذر تقریبی اعداد زیر را تا یک رقم اعشار به کمک جدول مناسب به دست آورید. الف) $\sqrt{55}$ ب) $\sqrt{113}$	۱۲	اعداد زیر را روی محور اعداد نمایش دهید. الف) $A = \sqrt{10}$ ب) $B = \sqrt{9} - \sqrt{6}$

الف) $27 + 12 \div 8 = 29$ ب) $3 - 3 \times 8 \div 4 - 1 = 3 - 1 = 2$ ①

@riaziat789

ج) $\frac{(V^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \times 2}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{V^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1 \times 111}{4} = 32$

الف) $V^1 \times V^9 = V^{10}$ ب) $3^9 \div 3^1 = 3^8$ ج) $25 \times 5^0 = 5^2 \times 5^0 = 5^2$ ②

الف) $2^{x+2} = 2^x \times 2^2 = 4 \times 2^x = 28$ ب) $2^{x-3} = 2^x \div 2^3 = 2^x \div 8 = \frac{2^x}{8}$ ③

ج) $2^x = 2^x \times 2^x \times 2^x = 2^x \times 2^x \times 2^x = 343$

الف) $2^3 \times 2^2 = 2^5$ ب) $\sqrt{\frac{9}{25}} \times \sqrt{81} = \frac{3}{5} \times 9$ ④

الف) $\sqrt{36 \times 4} = \frac{4 \times 4}{\sqrt{5}} = \frac{16}{\sqrt{5}} = \frac{16 \times \sqrt{5}}{5}$ ب) $2\sqrt{13} - \sqrt{144} + \sqrt{25} = 2\sqrt{13} - 12 + 5 = 2\sqrt{13} - 7$ ⑤

الف) $\sqrt{44} < \sqrt{55} < \sqrt{64}$ ب) $\sqrt{55} \approx \sqrt{49} = 7$ ⑥

الف) $\sqrt{113} < \sqrt{121} < \sqrt{144}$ ب) $\sqrt{113} \approx \sqrt{100} = 10$ ⑦

الف) $\sqrt{2} \times \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$ ب) $a^2 b^4 c^6$ ⑧

ج) $\sqrt{5} < \sqrt{4} < \sqrt{16} < \sqrt{25} < \sqrt{36}$ ⑨

الف) $4^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{2}} = 2^2$ ب) $\frac{3^9 + 3^9 + 3^9}{18^{\frac{1}{2}} \div 4^{\frac{1}{2}}} = \frac{3^9 \times 3}{3^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}}} = 3^{\frac{17}{2}}$ ⑩

⑨ برای محض کردن در B ~ مورد باید محض شود: ۱- مبدأ حرکت ۲- جهت حرکت
۳- وتر مثلث: $B = 0 + \sqrt{5} \Rightarrow B = \sqrt{5}$
 $2^2 = 1^2 + 4^2 = 17$ ب) $3^2 - 1 = 8$ ⑪

الف) $\sqrt{2}$, 12° , $\frac{3}{9-1} = 1$, $\sqrt{16}$ ب) $\sqrt{16} < \sqrt{13} < \sqrt{9} < \sqrt{4}$ ⑫

الف) $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$
 $\swarrow \searrow$
 $3 \times 2 = 6$

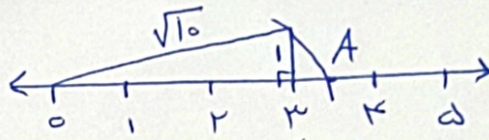
۱۱) $\sqrt{4} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$
 بین ۴ و ۵ قرار دارد ولی به ۴ نزدیکتر است.

ب) $-\sqrt{81} < -\sqrt{77} < -\sqrt{64}$
 بین -۹ و -۸ قرار دارد ولی به -۹ نزدیکتر است.

۱۲) برای نمایش اعداد رادیکالی روی محور اعداد باید ۴ مورد مشخص شود:

۱- مبدأ حرکت
 ۲- جهت حرکت
 ۳- مقدار حرکت
 ۴- مقدار مثبت

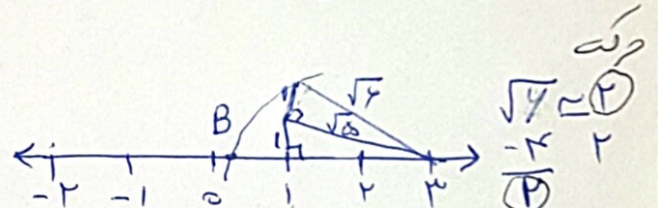
الف) $A = \sqrt{10}$



شکل ۱

مبدأ حرکت = ۰
 جهت حرکت = مثبت
 مقدار حرکت = ۳ واحد
 مقدار مثبت = ۱

ب) $\sqrt{4} - \sqrt{4} = 3 - \sqrt{4}$



شکل ۲

مبدأ حرکت = ۳
 جهت حرکت = منفی
 مقدار حرکت = ۲ واحد
 مقدار مثبت = ۲

زیر بار

@riaziat789