

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

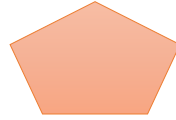
فصل سوم

(چند ضلعی ها)

پایه هشتم

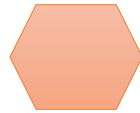
ناحیه یک زااهدان

چند ضلعی: به هر خط شکسته بسته ای به شرطی که اضلاع آن همدیگر را قطع نکنند چند ضلعی می گویند.



مانند:

چند ضلعی منتظم: چند ضلعی که تمام اضلاع و تمام زاویه های آن با هم مساوی باشند.



مانند:

سه ضلعی منتظم

شش ضلعی منتظم

چهار ضلعی منتظم

چند ضلعی محدب: چند ضلعی که تمام زاویه های آن از 180° درجه کمتر باشد.



مانند:

چند ضلعی مقعر: چند ضلعی که حداقل یکی از زاویه های آن از 180° درجه بیشتر باشد.



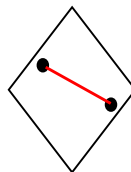
@riaziat789



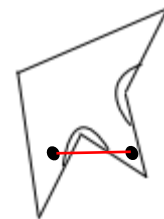
مانند:

نکته: اگر در یک چند ضلعی دو نقطه دلخواه انتخاب کنیم و آن دو نقطه را با یک خط راست به هم وصل کنیم اگر قسمتی از خط بیرون از چند ضلعی قرار گرفت آن چند ضلعی مقعر است. اگر تمام خط داخل چند ضلعی قرار گرفت چند ضلعی محدب است.

چند ضلعی محدب



چند ضلعی مقعر



مانند:

مرکز تقارن: اگر دوران 180° درجه شکلی حول یک نقطه از شکل روی خود شکل قرار گیرد آن شکل مرکز تقارن دارد.

نکته: برای این که بدانیم شکلی مرکز تقارن دارد یا نه . نقطه ای در وسط شکل به عنوان مرکز تقارن در نظر گرفته سپس از شکل نقاطی به دلخواه انتخاب کرده به مرکز تقارن وصل و به همان اندازه ادامه می دهیم اگر نقطه حاصل روی شکل قرار گرفت آن شکل مرکز تقارن دارد. در غیر این صورت آن شکل مرکز تقارن ندارد.

درسنامه و نکات کلیدی

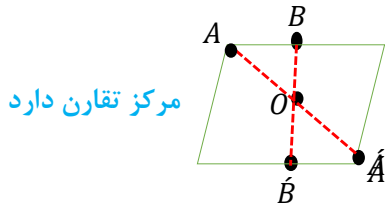
مسعود زیر کاری

فصل سوم

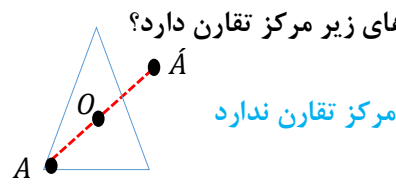
(چند ضلعی ها)

پایه هشتم

ناحیه یک زاهدان



مرکز تقارن دارد



مرکز تقارن ندارد

مثال: کدام یک از چند ضلعی های زیر مرکز تقارن دارد؟

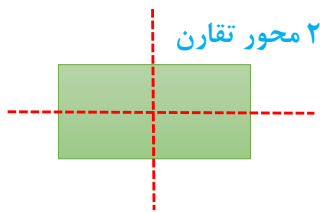
نکته: در چند ضلعی منتظم اگر تعداد اضلاع زوج باشد مرکز تقارن دارد و اگر فرد باشد مرکز تقارن ندارد.

@riaziat789

به طور مثال: ۸ ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد ولی ۷ ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.

محور تقارن (خط تقارن): خطی است که اگر کاغذ را تا کنیم همه نقاط شکل روی هم قرار می گیرند.

نکته: خط تقارن خطی است که چند ضلعی را به دو قسمت مساوی تقسیم کند.

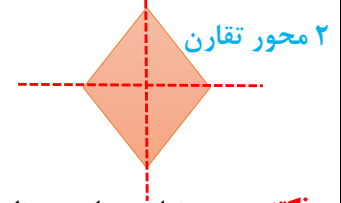


۲ محور تقارن



محور تقارن ندارد

مثال: هر یک از چند ضلعی های زیر چند محور تقارن دارد؟

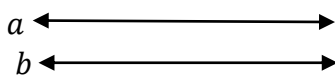


۲ محور تقارن

نکته: چند ضلعی های منتظم به تعداد اضلاع محور تقارن دارند.

به طور مثال: ۶ ضلعی منتظم ۶ محور تقارن و مثلث متساوی الاضلاع (۳ ضلعی منتظم) ۳ محور تقارن دارد.

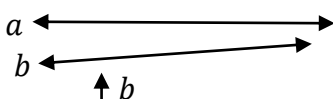
دو خط موازی: دو خطی که هر چه آن ها را امتداد دهیم همدیگر را قطع نکنند و فاصله بین دو خط تغییر نکند دو خط موازی می گویند.



علامت موازی بودن $a \parallel b$

مانند:

دو خط متقاطع: دو خطی که موازی نباشند یعنی دو خطی که همدیگر را در نقطه ای قطع کنند دو خط متقاطع می گویند.



علامت متقاطع بودن $a \nparallel b$

مانند:

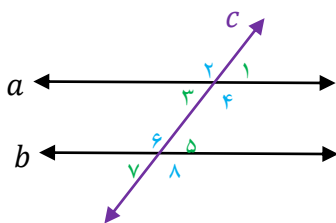
دو خط عمود بر هم: دو خط متقاطعی که زاویه بین دو خط ۹۰ درجه باشد.



علامت عمود بودن $a \perp b$

مانند:

نکته: اگر دو خط موازی را خطی قطع کند (مورب باشد) ۸ زاویه حاصل می شود. ۴ زاویه تند مساوی و ۴ زاویه باز مساوی.



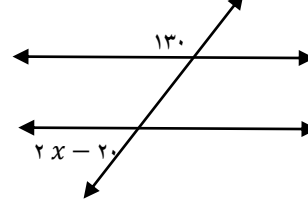
$$(a \parallel b \text{ و } c) \Rightarrow \begin{cases} \hat{1} = \hat{4} = \hat{5} = \hat{8} & \text{۴ زاویه تند} \\ \hat{2} = \hat{3} = \hat{6} = \hat{7} & \text{۴ زاویه باز} \end{cases}$$

دو زاویه تند و باز مکمل اند: $\hat{1} + \hat{2} = 180^\circ$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

مثال: در هر شکل مقدار x را به دست آورید؟



زاویه تند با باز مکمل است:

$$2x - 20 + 130 = 180$$

$$2x + 110 = 180$$

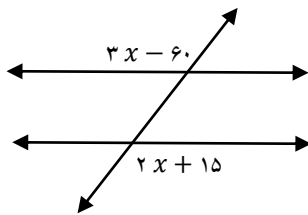
$$2x = 70$$

$$x = 35$$

فصل سوم (چند ضلعی ها)

پایه هشتم

ناحیه یک زااهدان



زاویه های باز با هم برابرند:

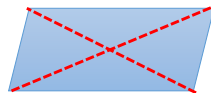
$$3x - 60 = 2x + 15$$

$$3x - 2x = 15 + 60$$

$$x = 75$$

انواع چهار ضلعی ها: (۱) متوازی الاضلاع (۲) مستطیل (۳) مربع (۴) لوزی (۵) دوزنقه

متوازی الاضلاع: چهار ضلعی است که اضلاع روبه رو موازی و مساویند.

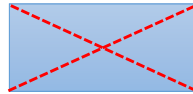


خواص متوازی الاضلاع: (۱) اضلاع روبه رو موازی و مساویند

(۲) زاویه های روبه رو مساویند

(۳) قطرهای متوازی الاضلاع همدیگر را نصف می کنند

(۳) زاویه های مجاور (کنارهم) مکمل اند

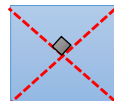


مستطیل: متوازی الاضلاعی است که زاویه قائمه داشته باشد.

خواص مستطیل: (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد

(۲) دو قطر مستطیل برابرند

مربع: متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابر و زاویه قائمه داشته باشد.



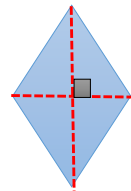
خواص مربع: (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد

(۲) دو قطر مربع برابرند

(۳) قطرهای مربع عمود منصف یکدیگرند

@riaziat789

لوزی: متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابر است.



خواص لوزی: (۱) تمام خواص متوازی الاضلاع را دارد

(۲) قطرهای لوزی عمود منصف یکدیگرند

دوزنقه: چهار ضلعی است که فقط دو ضلع موازی دارد.

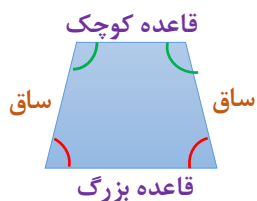
انواع دوزنقه: (۱) دوزنقه متساوی الساقین

(۲) دوزنقه قائم الزاویه

خواص دوزنقه متساوی الساقین: (۱) دو ساق آن برابرند

(۲) دو زاویه مجاور قاعده برابرند

(۳) دو زاویه مجاور ساق مکمل اند



خواص دوزنقه قائم الزاویه: (۱) دارای زاویه قائمه است



درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

مثال: در هر شکل مقادیر مجهول را به دست آورید؟
در متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند:

$$b + 10 + 105 = 180 \Rightarrow b + 115 = 180 \Rightarrow b = 65$$

نکته: مجموع زاویه های داخلی مثلث ۱۸۰ درجه است.

فصل سوم

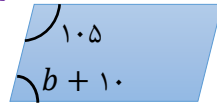
(چند ضلعی ها)

در مستطیل اضلاع روبه رو برابرند:

$$6a - 10 = 4a + 8$$

$$6a - 4a = 10 + 8$$

$$2a = 18 \Rightarrow a = 9$$



پایه هشتم

ناحیه یک زاهدان

$$6a - 10$$



$$4a + 8$$

نکته: مجموع زاویه های داخلی چند ضلعی از رابطه ی $(n-2) \times 180$ حاصل می شود.

نکته: اندازه ی یک زاویه ی چند ضلعی منتظم از رابطه ی $\frac{(n-2) \times 180}{n}$ حاصل می شود.

@riaziat789

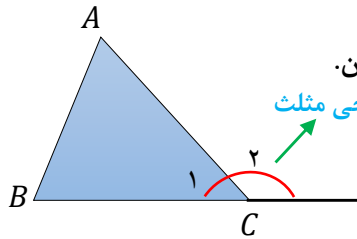
مثال: الف) مجموع زاویه های داخلی ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید؟

$$(10 - 2) \times 180 = 8 \times 180 = 1440$$

ب) اندازه ی یک زاویه ی داخلی ۱۵ ضلعی منتظم را به دست آورید؟

$$\frac{(15 - 2) \times 180}{15} = 13 \times 12 = 156$$

زاویه خارجی: اگر یکی از اضلاع چند ضلعی محدب را در همان راستا امتداد دهیم در بیرون از چند ضلعی زاویه ای تشکیل می شود که به آن زاویه خارجی چند ضلعی می گویند.



نکته: در هر مثلث اندازه ی زاویه خارجی برابر است با مجموع دو زاویه داخلی غیر مجاور آن.

زاویه خارجی مثلث

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180 \text{ درجه} \\ \hat{C}_2 = \hat{A} + \hat{B} \end{cases}$$

به طور مثال:

نکته: مجموع زاویه های خارجی هر چند ضلعی ۳۶۰ درجه است.

نکته: اندازه ی یک زاویه خارجی چند ضلعی منتظم از رابطه ی $\frac{360}{n}$ حاصل می شود.

مثال: اندازه ی یک زاویه داخلی و خارجی ۱۲ ضلعی منتظم را به دست آورید؟ (اندازه زاویه داخلی و خارجی مکمل اند)

$$\frac{360}{12} = 30 \text{ اندازه زاویه خارجی}$$

$$180 - 30 = 150 \text{ اندازه زاویه داخلی}$$

نکته: چند ضلعی منتظمی برای کاشی کاری مناسب است که عدد ۳۶۰ بر اندازه ی یک زاویه داخلی آن چند ضلعی بخش پذیر باشد. یک زاویه داخلی

۶ ضلعی منتظم

$$360 \div 120 = 3$$

ب) ۶ ضلعی منتظم مناسب است

مثال: کدام یک از چند ضلعی های زیر برای کاشی کاری مناسب است؟

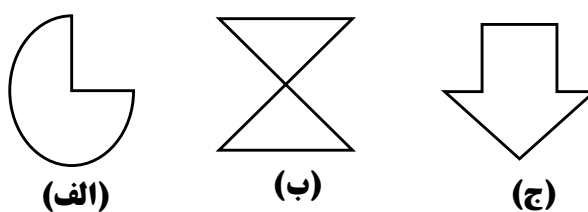
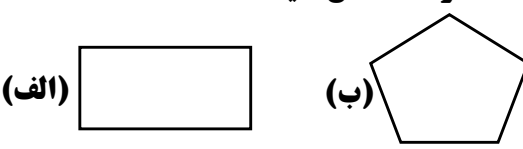
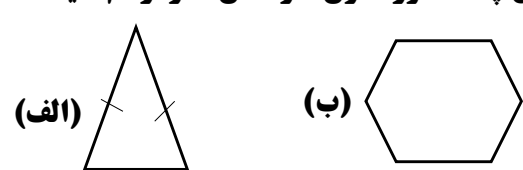
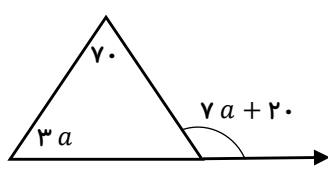
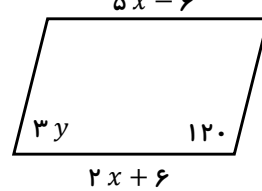
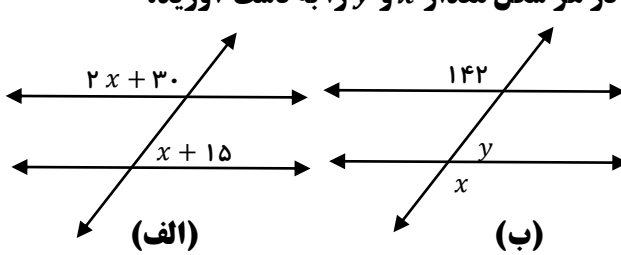
الف) ۸ ضلعی منتظم مناسب نیست $360 \div 135 \approx 2/6$

یک زاویه ی داخلی ۸ ضلعی منتظم

نکته: برای به دست آوردن تعداد قطرهای چند ضلعی از رابطه ی $\frac{n(n-3)}{2}$ استفاده می کنیم.

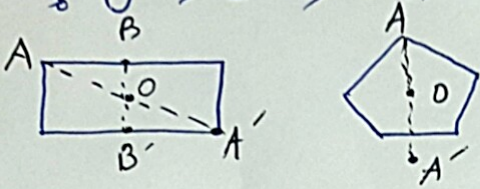
$$\frac{7(7-3)}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14$$

مثال: ۷ ضلعی دارای چند قطر است؟

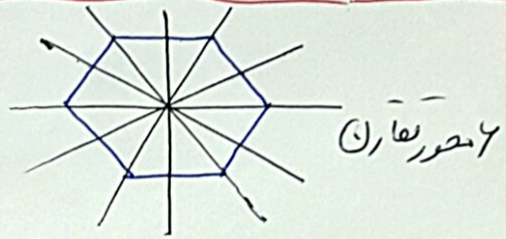
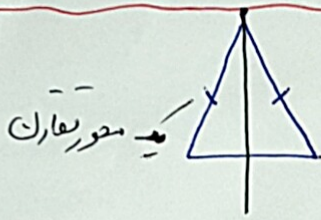
ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات	ردیف
۱	کدام یک از شکل های زیر چند ضلعی است. با ذکر دلیل 	۷	الف) مجموع زاویه های داخلی یک چند ضلعی ۲۱۶۰ درجه است. تعداد ضلع های چند ضلعی را مشخص کنید. ب) اندازه ی یک زاویه داخلی چند ضلعی منتظم ۱۶۲ درجه است. تعداد ضلع های این چند ضلعی را مشخص کنید.	
۲	کدام یک از شکل های مرکز تقارن دارد. با رسم قرینه یک نقطه دلخواه مشخص کنید. 	۸	الف) اندازه ی یک زاویه ی داخلی متوازی الاضلاع ۳۵ درجه است. اندازه زاویه ی مجاور آن چند درجه است. ب) اگر زاویه ی رأس یک مثلث متساوی الساقین ۴۰ درجه باشد، اندازه ی زاویه ی مجاور و زاویه های قاعده را مشخص کنید.	
۳	هر شکل چند محور تقارن دارد. آن ها را رسم کنید. 	۹	طرف دوم را با رسم شکل مناسب کامل کنید. (الف) $\begin{cases} a \perp b \\ c \perp b \end{cases} \Rightarrow \dots$ (ب) $\begin{cases} a \parallel b \\ b \parallel c \end{cases} \Rightarrow \dots$	
۴	الف) چهار ضلعی نام ببرید که مرکز تقارن داشته باشد ولی محور تقارن نداشته باشد. ب) ۸ ضلعی منتظم چند محور تقارن دارد. ج) متوازی الاضلاعی که دارای زاویه قائمه باشد، چه نام دارد.	۱۰	در شکل زیر مقدار a را به دست آورید. 	
۵	الف) اختلاف یک زاویه ی داخلی و خارجی ۱۰ ضلعی منتظم را به دست آورید. ب) آیا از ۷ ضلعی منتظم می توان در کاشی کاری استفاده کرد؟ چرا؟	۱۱	در شکل زیر مقدار x و y را به دست آورید. 	
۶	در هر شکل مقدار x و y را به دست آورید. 	۱۲	الف) اگر وسط اضلاع لوزی را به ترتیب به هم وصل کنیم، چه شکلی حاصل می شود. ب) کدام چهار ضلعی ها دو قطر عمود منصف دارند. ج) کدام چهار ضلعی ها دارای دو قطر مساوی هستند.	

۱) خط شکسته سه آن چند ضلعی است؟ هر خطی که خطها از روی هم عبور نکنند فقط شکل (ج) چند ضلعی است.

۲) شکل الف - شکلی دارای مرکز تقارن است که قرینه آن هر نقطه از شکل نسبت به مرکز تقارن روی خود شکل قرار گیرد.



@riaziat789



۳) متوازی مرکز تقارن دارد ولی محور تقارن ندارد (ج) مستطیل
 ب) چند ضلعی منتظم به تعداد ضلع محور تقارن دارد (تا ۸)

۵) $144 - 36 = 108$ اختلاف $\frac{360}{10} = 36$ یک زاویه خارجی $\frac{180}{10} = 18$ یک زاویه داخلی (الف)

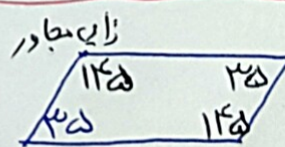
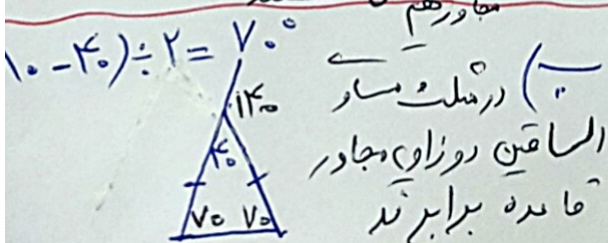
ب) خیر - چون عدد ۳۶ بر یک زاویه داخلی ۷ ضلعی منتظم بخش پذیر نیست $\frac{360}{7} = 51.428$ یک زاویه داخلی

۶) نکته: اگر دو خط موازی را خطی قطع کند
 ۱- زاویه‌ها با هم در آن‌ها متناسب برابرند
 ۲- زاویه‌ها تند با زاویه مکمل است

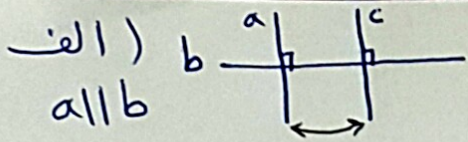
الف) $3x + 45 = 110 \Rightarrow 3x = 110 - 45 \Rightarrow 3x = 65 \Rightarrow x = 21.66$
 ب) $y = 110 - 42 = 68$
 ج) $x = 142$

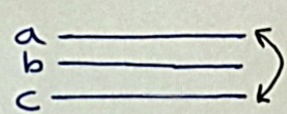
۷) تعداد ضلع $(n-2) \times 180 = 2160 \Rightarrow n-2 = \frac{2160}{180} = 12 \Rightarrow n = 14$

تعداد ضلع $\frac{360}{18} = 20 \Rightarrow n = 20$
 ب) یک زاویه داخلی $180 - 162 = 18$
 زاویه داخلی و زاویه مکمل هستند



الف) در متوازی الاضلاع زاویه‌ها برابرند و در زاویه‌ها مجاور مکمل هستند



$\Rightarrow a \parallel c$ 

نکته (۱۰) در هر مثلث زاویه خارجی با مجموع (رو زاویه) داخلی غیر مجاور برابر است:

$$7a + 20 = 70 + 3a \Rightarrow \frac{7a - 3a}{4a} = \frac{70 - 20}{50} \Rightarrow a = \frac{50}{4} = 12,5$$

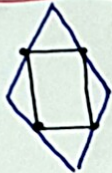
زاویه خارجی مجموع بزای داخلی

نکته (۱۱) در هر متوازی الاضلاع ضلع‌ها رو به رو برابر و زاویه‌ها مجاور مکمل اند:

$$5x - 7 = 2x + 7 \Rightarrow \frac{5x - 2x}{3x} = \frac{7 + 7}{14} \Rightarrow x = \frac{14}{3} = 4$$

$$3y + 120 = 180 \Rightarrow 3y = 180 - 120 \Rightarrow y = \frac{60}{3} = 20$$

مکمل باز تند



نکته (۱۲) الف) مستطیل تشکیل می‌شود

ب) مربع و لوزی

ج) مربع و مستطیل

زیبک‌کاری

@riaziat789