

مسعود زیر کاری

(عددهای اول)

ناحیه یک زاهدان

شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد: به اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد. شمارنده های آن عدد می گویند.

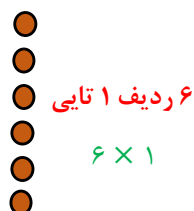
مانند: $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ = شمارنده های عدد ۱۲

مثال: اگر ۵ دانش آموز را به گروه های مختلف تقسیم کنیم. به چند طریق امکان دارد؟ آرایش مستطیلی گروه ها را رسم کنید؟



به ۲ طریق امکان دارد: $\{1, 5\}$ = شمارنده های ۵

مثال: اگر ۶ دانش آموز را به گروه های مختلف تقسیم کنیم. به چند طریق امکان دارد؟ آرایش مستطیلی گروه ها را رسم کنید؟



به ۴ طریق امکان دارد: $\{1, 2, 3, 6\}$ = شمارنده های ۶



عدد اول: هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده (یک و خودش) داشته باشد. عدد اول نام دارد.

مانند: $11 = \{1, 11\}$ عدد اول $2 = \{1, 2\}$ عدد اول

اعداد اول یک رقمی

نکته: عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots\}$ = اعداد اول

نکته: اعداد اول به ترتیب عبارتند از:

نکته: تنها عدد زوج و اول عدد ۲ است.

@riaziat789

نکته: تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

عدد مرکب: هر عدد طبیعی که بیش از دو شمارنده داشته باشد. عدد مرکب نام دارد.

مانند: $15 = \{1, 3, 5, 15\}$ عدد مرکب $4 = \{1, 2, 4\}$ عدد مرکب

نکته: هر عدد مرکب را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت: $15 = 3 \times 5$ عدد مرکب

نکته: عدد یک نه اول است و نه مرکب است. (چون فقط یک شمارنده دارد)

نکته: تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند

نکته: اعداد طبیعی به سه دسته (اعداد اول - اعداد مرکب - عدد یک) تقسیم بندی می شوند.

مسعود زیر کاری

(عددهای اول)

ناحیه یک زاهدان

مثال: الف) مجموع سومین و هفتمین عدد اول چند است؟

$$5 + 17 = 22$$

ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است؟

$$97 - 11 = 86$$

ج) مجموع دو عدد اول ۲۵ شده است. آن دو عدد اول کدامند؟

$$23 + 2 = 25 \quad (\text{چون مجموع اعداد فرد شده یکی از اعداد باید زوج باشد})$$

د) از ۱ تا ۲۰ چند عدد مرکب وجود دارد؟ از ۱ تا ۲۰ تعداد اعداد ۲۰ تاست که (۸ عدد اول) و (عدد یک نه اول و نه مرکب)

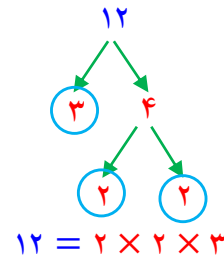
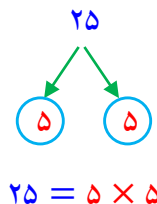
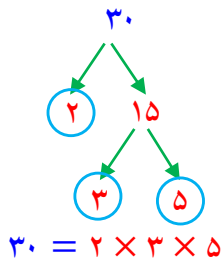
$$20 - 9 = 11 \quad \text{را کم می کنیم:}$$

تجزیه اعداد: برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

نکته: یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

نکته: اعداد که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

مثال: شمارنده های اول اعداد ۱۲ و ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد (از روش تجزیه): مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

مثال: بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۲۰ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$(20 \text{ و } 48) = 2 \times 2 = 4$$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ است و کمترین تکرار هم ۲ بار است)

نکاتی درباره (ب.م.م) اعداد:

۱) از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسرها استفاده می شود.

۲) (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است: $(1 \text{ و } 12) = 1$

۳) (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود: $(15 \text{ و } 15) = 15$

@riaziat789

مسعود زیر کاری

(عددهای اول)

ناحیه یک زاهدان

(ب.م.م) دو عدد اول مختلف یک می شود : $(5 و 13) = 1$

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ب.م.م) آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود : $(6 و 18) = 6$

(۶) (ب.م.م) دو عدد متوالی (پشت سرهم) همواره یک است : $(32 و 33) = 1$

دو عدد متباین (نسبت به هم اول) : اگر (ب.م.م) (بزرگترین شمارنده ی مشترک) دو عدد یک شود آن دو عدد متباین هستند.

مانند : $(18 و 25) = 1$ $(14 و 15) = 1$

مضارب طبیعی یک عدد : اگر یک عدد را در اعداد طبیعی به ترتیب ضرب کنیم. مضارب طبیعی آن عدد حاصل می شود.

مثال : الف) مضارب طبیعی عدد ۸ را بنویسید ؟ $8 = \{8 و 16 و 24 و 32 و ... \}$ مضارب طبیعی

ب) هشتمین مضرب ۱۳ چند است ؟ $13 \times 8 = 104$

نکته : اگر عددی اول باشد تمام مضارب آن غیر از خودش مرکب هستند : $11 = \{11 و 22 و 33 و 44 و ... \}$ اول مرکب

نکته : اگر عددی مرکب باشد تمام مضارب آن مرکب هستند : $6 = \{6 و 12 و 18 و 24 و ... \}$ مرکب

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (از روش تجزیه) : مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

(۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

مثال : کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ و ۷۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad 72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad [60 و 72] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است)

نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد :

(۱) از (ک.م.م) اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

(۲) (ک.م.م) هر عدد با یک برابر با خود عدد است : $[12 و 12] = 12$

(۳) (ک.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود : $[15 و 15] = 15$

(۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود : $[5 و 13] = 65$

@riaziat789

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ک.م.م) آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود : $18 = 6 \times 3$

@riaziat789

تعیین عددهای اول (روش غربال) : در این روش مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم :

(۱) عدد یک را خط می زنیم. (چون عدد یک نه اول است و نه مرکب)

(۲) تمام مضارب عدد ۲ (غیر از خودش) را خط می زنیم. (۳) تمام مضارب عدد ۳ (غیر از خودش) را خط می زنیم.

(۴) تمام مضارب عدد ۵ (غیر از خودش) را خط می زنیم. (۵) تمام مضارب عدد ۷ (غیر از خودش) را خط می زنیم.

(۶) به همین ترتیب مضارب اعداد اول را تا جایی خط می زنیم که مربع (توان دوم) آن عدد اول از بزرگترین عدد داده شده بزرگتر باشد.

مثال : روش غربال از ۱ تا ۳۰ را به کار ببرید؟ آخرین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد عدد ۵ است. چون مربع عدد ۷ عدد ۴۹ می شود که از عدد ۳۰ بزرگتر است.

۳۰ و ۲۹ و ۲۸ و ۲۷ و ۲۶ و ۲۵ و ۲۴ و ۲۳ و ۲۲ و ۲۱ و ۲۰ و ۱۹ و ۱۸ و ۱۷ و ۱۶ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۱ و ۱۰ و ۹ و ۸ و ۷ و ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱

نکته : در خط زدن مضارب مرکب اعداد اول اولین مضربی که خط می خورد مربع آن عدد اول است.

مثال : اولین مضرب عدد ۷ در روش غربال خط می خورد چند است؟ $7^2 = 49$

نکته : برای این که بدانیم در روش غربال عددی با مضارب چه عددی خط می خورد ، باید آن عدد را تجزیه کرد تا عوامل اول آن مشخص شود.

مثال : در روش غربال ۱ تا ۲۰۰ اعداد ۲۷ و ۳۵ و ۴۲ با مضارب چه عددی خط می خورند؟

(با مضارب ۲ و ۳ و ۷) $42 = 2 \times 3 \times 7$ (با مضارب ۵ و ۷) $35 = 5 \times 7$ (با مضارب ۳) $27 = 3^3$

شناخت اعداد اول و مرکب : برای تشخیص اول بودن یا مرکب بودن یک عدد آن عدد را بر اعداد اول کوچکتر از جذرش تقسیم

می کنیم. اگر بر هیچ کدام بخش پذیر نبود اول است و اگر بخش پذیر بود مرکب است.

مثال : آیا عدد ۱۱۹ اول است؟ یا مرکب؟ ابتدا جذر تقریبی عدد ۱۱۹ را می گیریم : $\sqrt{119} \approx 10/9$

پس عدد ۱۱۹ را بر اعداد اول کمتر از ۱۰ (۲ و ۳ و ۵ و ۷) تقسیم می کنیم. چون بر عدد ۷ بخش پذیر است. پس عدد ۱۰۳ مرکب است.

مثال : با چند بار تقسیم می توان فهمید عدد ۱۵۱ اول است یا مرکب؟ $\sqrt{151} \approx 12/2$

باید بخش پذیر را بر اعداد اول کمتر از ۱۲ (۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۱۱) بررسی کنیم. چون بر هیچ یک بخش پذیر نیست پس با ۵ بار تقسیم می توان فهمید عدد ۱۵۱ اول است.

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	الف) شمارنده های عدد ۳۶ را بنویسید. ب) مضرب های صحیح عدد ۱۴ را بنویسید. ج) شانزدهمین مضرب طبیعی عدد ۷ چند است. د) آرایش مستطیلی عدد ۸ را رسم کنید.	۷	اگر a بر b بخشپذیر و b بر c بخشپذیر باشد. تساویهای زیر را کامل کنید. الف) $[a \text{ و } b] = \dots$ ب) $(a \text{ و } [b \text{ و } c]) = \dots$
۲	الف) اعداد ۴۸ و ۱۴۰ را به روش درختی تجزیه کنید. ب) عدد A دارای چند شمارنده ی اول است. $A = 4 \times 3 \times 15$	۸	الف) اختلاف هفتمین و پنجمین عدد اول چند است. ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است. ج) چهار برابر مجموع دو عدد اول ۱۷۲ شده است. آن دو عدد اول کدامند.
۳	الف) دو عدد بنویسید که شمارنده های اول آن فقط ۲ و ۷ باشند. ب) کوچکترین عددی بنویسید که دارای سه شمارنده ی اول باشد.	۹	در روش غربال ۱ تا ۳۰۰ : الف) اولین و آخرین عددی که خط می خورند ، چند است. ب) اولین مضرب ۷ که خط می خورد ، چند است. ج) عدد ۴۲ با مضارب اول چه اعدادی خط می خورد.
۴	با چند بار تقسیم می توان فهمید عدد ۲۵۳ اول است یا مرکب.	۱۰	در غربال ۱ تا ۱۳۰ مضارب کدام عدد اول را خط نمی زنیم
۵	ترتیب خط خوردن اعداد زیر را از چپ به راست بنویسید. ۲۵ و ۹۱ و ۷۵ و ۲۴ و ۵۱ و ۷۷ و ۱۲۰ و ۴۹	۱۱	الف) اگر تعداد اعداد اول کمتر از ۷۰ ، ۱۹ تا باشد. تعداد اعداد مرکب را مشخص کنید. ب) دو عدد طبیعی بنویسید که تمام مضارب طبیعی آن عدد مرکب نباشند.
۶	الف) دو عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند . ب) یک عدد اول و یک عدد مرکب بنویسید که نسبت به هم اول باشند. ج) برای تساوی زیر دو پاسخ مختلف بنویسید. $(6 \text{ و } \bigcirc) = 1$	۱۲	الف) در مجموعه زیر اعداد اول و مرکب را مشخص کنید. $A = \{ 77 \text{ و } 63 \text{ و } 121 \text{ و } 91 \text{ و } 37 \text{ و } 51 \text{ و } 47 \}$ ب) روش غربال از ۷۰ تا ۹۰ را به کار ببرید.

الف) $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ (۱)

ب) $14 = \{1, 2, 7, 14\}$ (۲)

ج) $14 \times 7 = 112$

عدد ۱ دارای ۴ آرایش متطبیع است.

@riaziat789

الف)

$14 = 2^2 \times 5 \times 7$
شماره اول دارد
(۷, ۵, ۲)

$48 = 2^4 \times 3$
شماره اول دارد
(۳, ۲)

ب) $A = 2 \times 3 \times 5 \Rightarrow A = 2^2 \times 3^2 \times 5$
شماره اول دارد
(۵, ۳, ۲)

الف) $2 \times 7 = 14$, $2 \times 3 \times 5 = 30$
فقط از هر یک شماره اول دارد

عدد ۲۵۳ را به ترتیب برادر اول (۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳) تقسیم کنیم
چون عدد ۲۵۳ بر ۱۱ بخش پذیر است پس با ۱۱ به تقسیم ملزم شویم در ترتیب

عدد ۲۴ لزوم زودتر و در ۹۱ برتر از هر خط می‌خورد.

الف) $(14, 15) = 1$
ب) $(7, 15) = 1$
ج) $(4, 11) = 1$, $(4, 1) = 1$, $(4, 7) = 1$, $(4, 5) = 1$

نکته: عدد ۱ به هم اول باشد یعنی (ب م م) آن‌ها یک‌شمار و قابل شری ندارند.

(۷) نکته: اگر یک عدد در دیگر مجموع پذیر باشد: $\left\{ \begin{array}{l} \text{عدد کوچکتر} = (۴۴-۲) \\ \text{عدد بزرگتر} = (۴۴+۲) \end{array} \right\}$
 $\rightarrow (a, [b, c]) = b$ (عدد بزرگتر کم)
 الف) $[a, b] = a$ (عدد بزرگتر کم)

(۸) الف) $۱۷ - ۱۱ = ۶$ $\rightarrow ۹۷ - ۱۱ = ۸۶$

ج) $۴(\square + \square) = ۱۷۲ \Rightarrow (\square + \square) = \frac{۱۷۲}{۴} = ۴۳$
 نکته: اگر مجموع دو عدد طبیعی، در فرد باشد پس یکی از اعداد زوج است و تنها عدد زوج که اول باشد ۲ است.

(۹) الف) اولین عدد (میک) و آخرین عدد (۲۸۹) $\rightarrow$ خط ۷ مورد.
 ج) با مفر - اول ۲، ۳، ۷ خط خورد $۲ \times ۳ \times ۷ = ۴۲$

(۱۰) مفر - اول ۱۳؛ بعد خط بی ضرر چون مفر ۱۳ از محدود خارج است
 $۱۳^۲ = ۱۶۹$

(۱۱) الف) $۴۹ - (۱۹+۱) = ۴۹$
 تعداد مرکب $\rightarrow$ تعداد اول $\rightarrow$ عدد اول و مرکب
 ب) نکته: اگر عدد طبیعی یک عدد اول باشد ۲ مفر، بک آن غیر از خود مرکب است
 $۱۳ = \{۱۳, ۲۶, ۳۹, ۵۲, \dots\}$ مرکب
 $۷ = \{۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, \dots\}$ مرکب

(۱۲) الف) $\{۴۷, ۳۷\}$ انداد اول
 $\{۵۱, ۹۱, ۱۲۱, ۶۳, ۷۷\}$ انداد مرکب
 مفر ۳ $\rightarrow$ مفر ۷ $\rightarrow$ مفر ۱۱ $\rightarrow$ مفر ۷

@riaziat789

$\rightarrow$ $۷۰, ۷۱, ۷۲, ۷۳, ۷۴, ۷۵, ۷۶, ۷۷, ۷۸, ۷۹, ۸۰, ۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰$
 نزدیک