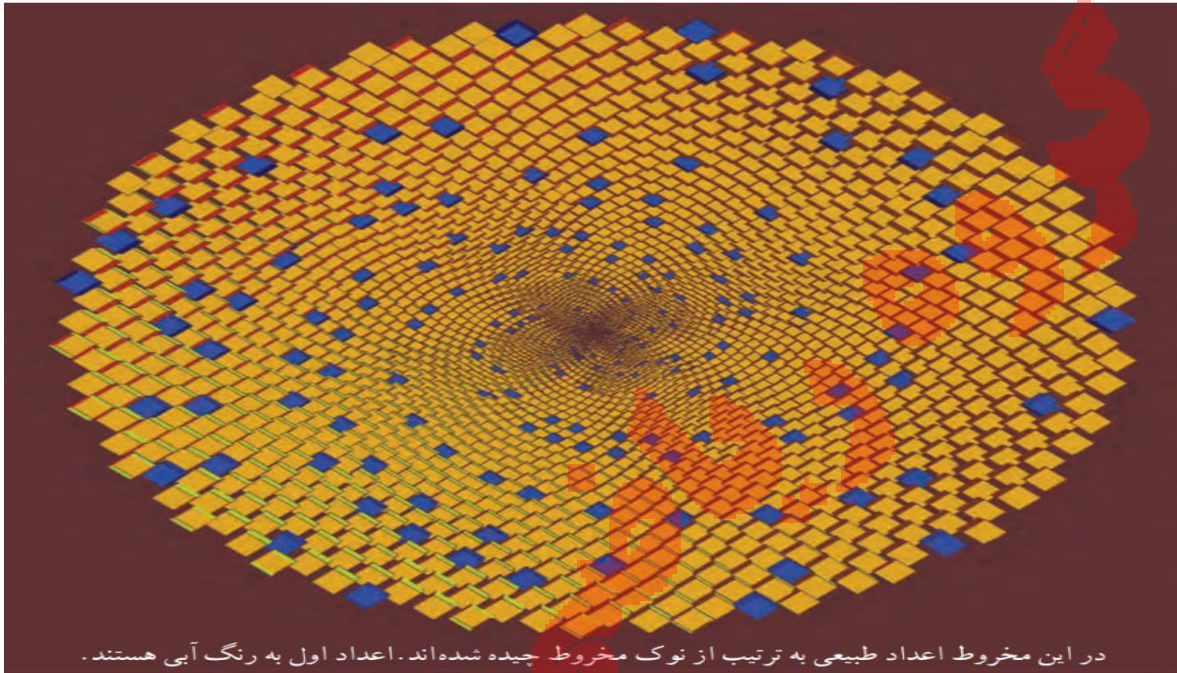


فصل ۲
اعداد اول



هدف کلی

آشنایی با شمارنده های یک عدد، اعداد اول و پیدا کردن اعداد اول

انتظارات از دانش آموزان در این درس:

۱ با تعریف اعداد اول آشنا شود

۲ با مفهوم شمارنده یک عدد آشنا شود

۳ با پیدا کردن اعداد اول از طریق غربال آشنا شود

۴ با مفهوم متباین آشنا شود

شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد:

به اعدادی که عدد مورد نظر بر آن ها بخش پذیر باشد شمارنده های آن عدد میگویند.

به عنوان مثال: شمارنده های عدد ۲۵ عبارتند از:

$$\{1, 5, 25\} = \text{شمارنده های عدد } 25$$

اعداد اول:

اعدادی که جزو مجموعه اعداد طبیعی باشند و از عدد یک بزرگتر باشند و فقط و فقط دو شمارنده (یک و خودش) داشته باشند، اعداد اول می گویند.

$$\{1, 13\} = \text{اعداد اول } 13$$

مثال:

نکته: اعداد اول قبل از بیست عبارتند از:

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} = \text{اعداد اول قبل از } 20$$

اعداد مرکب:

هر عددی که جزو مجموعه اعداد طبیعی باشد و بیش از دو شمارنده داشته باشد را اعداد مرکب می گویند.

$$\{1, 3, 9, 27\} = \text{عدد مرکب } 27$$

نکته:

اعداد مرکب را می توانیم به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت.

$$16 = 2 \times 8$$

$$16 = 4 \times 4$$

نکته:

عدد یک نه اول است و نه مرکب چون فقط یک شمارنده دارد.

مضارب طبیعی یک عدد:

برای بدست آوردن مضارب طبیعی یک عدد کافیست آن عدد را در اعداد طبیعی ضرب کنیم.

$$12 = \{12, 24, 36, 48, \dots\} \text{ مضارب طبیعی عدد } 12$$

برای بدست آوردن مضرب دهم عدد ۳ کافیست عدد ۳ را در عدد ۱۰ ضرب کنیم:

$$3 \times 10 = 30$$

نکته:

اعداد طبیعی به سه قسمت تقسیم می شوند
 { عدد یک
 اعداد اول
 اعداد مرکب }

دو عدد متباین (نسبت به هم اول):

در صورتی دو عدد نسبت به هم اولند که بزرگترین شمارنده مشترکشان یک شود.

$$(56, 57) = 1$$

$$(18, 25) = 1$$

$$(1, 908) = 1$$

اعداد طبیعی زیر همیشه نسبت به هم اولند:

$$(4, 5) = 1$$

الف- دو عدد متوالی

$$(456, 1) = 1$$

ب- هر عدد با عدد یک

$$(3, 5) = 1$$

ج- هر دو عدد اول متفاوت

نکته ۱:

اگر عددی اول باشد تمام مضارب آن به جز خودش مرکب است.

$$3, 6, 9, \dots = \text{مضارب عدد } 3$$

نکته ۲:

اگر عددی مرکب باشد تمام مضارب آن نیز مرکب است.

$$6, 12, 18, \dots = \text{مضارب عدد } 6$$

در قسمت ۱ فقط عدد ۳ اول است و بقیه مضارب چون بر عدد ۳ بخش پذیرند مرکبند.

در قسمت ۲ تمام مضارب مرکبند.

تعیین عددهای اول (روش غربال): مراحل زیر را به ترتیب انجام میدهیم:

۱ ابتدا طبق تعریف عدد یک را خط میزنیم

۲ عدد ۲ را به عنوان عدد اول در نظر میگیریم سپس تمام مضارب عدد ۲ را خط می زنیم

۳ تمام مضارب عدد ۳ (غیر از خودش) را خط می زنیم

۴ تمام مضارب عدد ۵ (غیر از خودش) را خط می زنیم

۵ تمام مضارب عدد ۷ (غیر از خودش) را خط می زنیم

۶ به همین ترتیب مضارب عدد اول را تا جایی خط می زنیم که توان دوم (مربع) آن عدد اول ،

از بزرگترین عدد داده شده بزرگتر باشد.

مثال: روش غربال از ۱ تا ۳۰ را به کار ببرید:

آخرین عدد اولی که مضارب آن خط می خورد، عدد ۵ است چون مربع عدد ۷، ۴۹ می شود که از عدد ۳۰ بزرگتر است.

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴، ۲۵، ۲۶، ۲۷، ۲۸، ۲۹، ۳۰

نکته:

در خط زدن مضارب مرکب اعداد اول، اولین مضربی که خط می خورد مربع آن عدد اول است

مثال: اولین مضرب عدد ۷ که در روش غربال خط می خورد چند است؟

نکته:

برای اینکه بدانیم در روش غربال عددی چند بار خط می خورد باید آن عدد را به عوامل اول تجزیه کرد.

عوامل اول آن تعداد چند بار خط خوردن آن عدد است.

مثال: در روش غربال ۱ تا ۲۰۰ اعداد ۱۹۰، ۴۰ و ۷۲ چند بار خط می خورند؟

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$190 = 2 \times 5 \times 19$$

عدد ۷۲ دو بار خط می خورد

عدد ۱۹۰ سه بار خط می خورد

شناخت اعداد اول و مرکب:

برای تشخیص اول بودن یا مرکب بودن یک عدد، آن عدد را بر اعداد اول کوچکتر یا مساوی جذرش تقسیم می کنیم. اگر بر هیچ کدام بخش پذیر نبود، اول است.

در غیر این صورت مرکب است.

مثال: عدد ۵۳ اول است یا مرکب؟

$$\sqrt{53} \sim 7/28$$

ابتدا جذر تقریبی عدد ۵۳ را می گیریم

سپس عدد ۵۳ را بر اعداد اول کمتر یا مساوی $7/28$ تقسیم می کنیم. (۲، ۳، ۵، ۷) چون ۵۳

بر هیچ یک از این اعداد بخش پذیر نیست بنابراین عدد اول است.

۱ جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با ✗ مشخص کنید.

الف) همه ی اعداد اول ، فرد هستند.

ب) هر عدد طبیعی حداقل یک شمارنده اول دارد.

ج) مجموع دو عدد اول همواره مرکب است.

د) هر عددی که بر ۱۷ بخش پذیر باشد، اول نیست.

۲ جاهای خالی را با کلمات یا عدد مناسب پر کنید.

الف) بزرگترین عدد اول دو رقمی عدد است.

ب) اعداد طبیعی به سه بخش و و تقسیم می شوند.

۳ در بین اعداد زیر چند عدد اول وجود دارد، آن ها را مشخص کنید.

۱، ۱۱، ۲۱، ۳۱، ۵۱، ۷۱، ۸۱، ۱۰۳

۴ عدد مقابل را به صورت ضرب شمارنده های اول آن بنویسید. (رسم نمودار درختی)

۶۰ =

۵ اختلاف دو عدد اول ۵۱ می باشد، مجموع آن دو عدد چقدر است؟

۶ یک عدد اول و یک عدد مرکب مثال بزنید که نسبت به هم، اول باشند.

۷ چهار عدد بنویسید که غیر از ۲ و ۵ شمارنده ی اول دیگری نداشته باشند.

۸ عددی از ۱۲۰ بزرگتر و از ۱۶۰ کوچک تر است، برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا مرکب،

حداکثر چند تقسیم انجام می دهیم؟ چرا؟

۹ با روش تقسیم کردن، مشخص کنید عدد مقابل اول است یا مرکب؟

۹۱ =