

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل هفتم

### (توان و جذر)

## پایه هفتم

### ناحیه یک زاهدان

**توان:** اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \xrightarrow{\text{توان پایه}} \text{پایه (3 به توان 4)}$$

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n \xrightarrow{\text{توان پایه}} \text{پایه (a به توان n)}$$

**مانند:**

**نکته:** هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

$$x^1 = x \qquad \qquad \qquad x = x^1$$

**مانند:**

**نکته:** عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

$$1^n = 1$$

**مانند:**

@riaziat789

**نکته:** هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

$$a^0 = 1 \qquad \qquad \qquad 6^0 = 1$$

**مانند:**

**نکته:** عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان مربوط نیست.

$$(-4)^2 = -4 \times -4 = 16 \qquad \qquad \qquad -4^2 = -(4 \times 4) = -16$$

**مانند:**

**نکته:** عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخرج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \qquad \qquad \qquad \frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} \qquad \qquad \qquad \frac{2}{3^2} = \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9}$$

**مانند:**

**نکته:** عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 = 81 \xrightarrow{\text{توان زوج}} \qquad \qquad \qquad (-3)^3 = -27 \xrightarrow{\text{توان فرد}}$$

**مانند:**

**مثال:** حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$4^3 - 2^5 + 9^0 = 64 - 32 + 1 = 33 \qquad \qquad \qquad \frac{-3^2 + 1^8 - 2^2}{6^2 \div 2^2} = \frac{-9 + 1 - 4}{36 \div 4} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3}$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل هفتم

### (توان و جذر)

## پایه هفتم

### ناحیه یک زاهدان

مجذور یا مربع یک عدد: به توان دوم هر عدد مجذور یا مربع آن عدد گفته می شود.

مانند: مربع عدد ۶ برابر است با:  $6^2 = 36$

@riaziat789

مکعب یک عدد: به توان سوم هر عدد مکعب آن عدد گفته می شود.

مانند: مکعب عدد ۶ برابر است با:  $6^3 = 216$

مثال: الف) مجموع مربع ۵ و مکعب ۴ را به دست آورید.

$$5^2 + 4^3 = 25 + 64 = 89$$

ب) اختلاف مکعب و مجذور  $0/3$  را به دست آورید.

$$(0/3)^3 - (0/3)^2 = 0/0.27 - 0/0.9 = 0/0.63$$

اولویت های ریاضی: اگر چند علامت ریاضی با هم باشند از اولویت ریاضی استفاده می شود:

۱) ابتدا داخل پرانتز جواب داده می شود و اگر چند پرانتز باشد از داخل ترین پرانتز جواب می دهیم.

۴) جمع و تفریق

۳) ضرب و تقسیم

۲) توان و جذر

نکته: اگر از یک اولویت هر دو با هم باشند یعنی ضرب و تقسیم با هم باشند از علامتی زودتر استفاده می کنیم که به سمت چپ نزدیکتر باشد.

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$5 - 5 \times 2^3 \div 4 = 5 - 5 \times 8 \div 4 = 5 - 40 \div 4 = 5 - 10 = -5$$

$$4 + 3^2 - (5^2 - 24)^{10} = 4 + 3^2 - (25 - 24)^{10} = 4 + 3^2 - 1^{10} = 4 + 9 - 1 = 12$$

ضرب اعداد توان دار: الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$(2/5)^3 \times 6^3 = (2/5 \times 6)^3 = 15^3$$

$$4^5 \times 12^7 \times 3^5 = 12^5 \times 12^7 = 12^{12}$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

**مثال:** اگر  $1024 = 2^{10}$  باشد حاصل  $2^{12}$  و  $2^{15}$  را به دست آورید.

$$2^{15} = 2^{10} \times 2^5 = 1024 \times 32 = 32768$$

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

**مثال:** اگر  $3^a = 5$  باشد حاصل  $3^{a+2}$  را به دست آورید.

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

**جذر یا ریشه دوم اعداد:** در تساوی  $9 = (-3)^2$  و  $9 = 3^2$  عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم عدد ۹ می گویند.

**نکته:** هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

**مانند:** ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

@riaziat789

**نکته:** در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ( $\sqrt{\quad}$ ) نشان می دهند.

**نکته:** اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی، منفی نمی شود.

**نکته:** جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

**مثال:** جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{49 \times 25} = 7 \times 5 = 35$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

**جذر تقریبی اعداد:** برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

**نکته:** برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل هفتم

### (توان و جذر)

## پایه هفتم

### ناحیه یک زاهدان

**مثال:** مشخص عدد  $\sqrt{۳۲}$  و  $\sqrt{۸۳}$  بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$$\sqrt{۲۵} < \sqrt{۳۲} < \sqrt{۳۶} \quad (\text{بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است}) \quad \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰} \quad (\text{بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است})$$

**مثال:** جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱  
عدد وسط  
 $۶ \rightarrow ۶/۵ \leftarrow ۷$   
 $\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$

مرحله ۲  
مجدور عدد وسط  
 $(۶/۵)^۲ = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۴۲/۲۵ < ۴۷$$

چون مجدور عدد وسط کمتر از عدد شده مجدور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجدور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$$\sqrt{۴۷} \approx ۶/۸$$

**مثال:** جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱  
عدد وسط  
 $۸ \rightarrow ۸/۵ \leftarrow ۹$   
 $\sqrt{۶۴} < \sqrt{۶۶} < \sqrt{۸۱}$

مرحله ۲  
مجدور عدد وسط  
 $(۸/۵)^۲ = ۷۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۷۲/۲۵ > ۶۶$$

چون مجدور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجدور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجدور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

$$\sqrt{۶۶} \approx ۸/۱$$

مرحله ۴

@riaziat789

**نکته:** یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

**مثال:** مساحت مربعی  $۶/۲۵$  شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

یک ضلع مربع  $\Rightarrow \sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵$   $\Rightarrow$  خودش  $\times$  یک ضلع = مساحت مربع

**مثال:** مساحت دایره ای  $۲۸/۲۶$  شده است. شعاع دایره چند است.

شعاع دایره  $\Rightarrow \sqrt{۹} = ۳$   $\Rightarrow$  شعاع  $\times$  شعاع = شعاع  $\times$  شعاع  $\times ۳/۱۴ \Rightarrow$  شعاع  $\times$  شعاع = مساحت دایره



الف)  $2 - 2 \times 24 = A = 2 - 48 = -46$       ب)  $44 \div 9 - 25 = 48$       ①

ج)  $3 - 4 \left( \frac{1+3}{4} \right) - 1 = \frac{3-14}{-13} - 1 = -11$       نکته: هر عدد (غیر صفر) توان منفرجه برابر یک ه شود

الف)  $100 = 2 \times 5 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5^2$  و  $135 = 3^3 \times 5$  و  $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$       ب)  $14^2 = (2 \times 7)^2 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$   
 ج)  $2^{10} = 1024 = 1000 = 10^3$  و  $2^{10} = 1024 = 1000 = 10^3$       د)  $2^{10} = 1024 = 1000 = 10^3$

الف)  $375 = 300 + 70 + 5 = 3 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0$  و  $1423 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$       ب)  $2 + \left(\frac{3}{4}\right)^0 > 1 \Rightarrow \frac{1}{4} > 1$  درست  
 ج)  $4^0 + 5^0 = 1 \Rightarrow \frac{1}{4} = 1$  نادرست

الف)  $a^2 \times a^3 \times a^1 = a^6$       ب)  $4^7 \times 12^7 \times 2^7 = 12^7 \times 12^7 = 12^{14}$   
 ج)  $27 \times 3^2 = 3^3 \times 3^2 = 3^5$       د)  $4^2 + 4^2 = 4^2 \times 2 = (2^2)^2 \times 2 = 2^4 \times 2 = 2^5$

الف)  $9 \times 0.2 = 1.8$       ب)  $\frac{2}{\sqrt{2} \times 9} = \frac{2}{4.5}$       ج)  $\sqrt{11 - \sqrt{44 + 15}} = \sqrt{11 - \sqrt{59}} = \sqrt{4} = 2$       ⑤

الف)  $\sqrt[4]{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$       ب)  $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$       ⑥

الف)  $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$       ب)  $125 - 2401 = -2276$       ⑦

الف)  $V = S \times h = (r \times r \times \pi) \times h = \pi r^2 h$       ب)  $V = S \times h = (a \times a) \times b = a^2 b$       ⑧

الف)  $(-2)^2 - 2 \times (-2) \times 3 + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$       ب)  $3 \times (-2) \times (-4) + 4 + 5(-4) = -12 + 4 - 20 = -28$       ⑨

الف)  $\sqrt{0.36} = 0.6$       ب)  $\sqrt{0.36} = 0.6$       ⑩

الف)  $4^5 \times 3^5 = 18^5$       ب)  $a^9 \times a^5 = a^{14}$       ⑪

ج)  $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$       د)  $\sqrt{\frac{1}{25} \times 9/4} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2}$       ⑫

(۱۲) الف)

$$\sqrt{14} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$$

۴ → ۴,۵ ← ۵

بین ۴، ۵ قرار دارد ولی ۴ نزدیکتر است.

عدد	۴,۱	۴,۲	۴,۳	۴,۴
مربع	۱۶,۸۱	۱۷,۶۴	۱۸,۴۹	۱۹,۳۶

$$\sqrt{19} \approx 4,3$$

$$\sqrt{44} < \sqrt{78} < \sqrt{81}$$

۸ → ۸,۵ ← ۹

بین ۸ و ۹ قرار دارد ولی ۹ نزدیکتر است.

عدد	۸,۶	۸,۷	۸,۸	۸,۹
مربع	۷۳,۹۶	۷۵,۶۹	۷۷,۴۴	۷۹,۲۱

$$\sqrt{78} \approx 8,8$$

زیرباری

@riaziat789