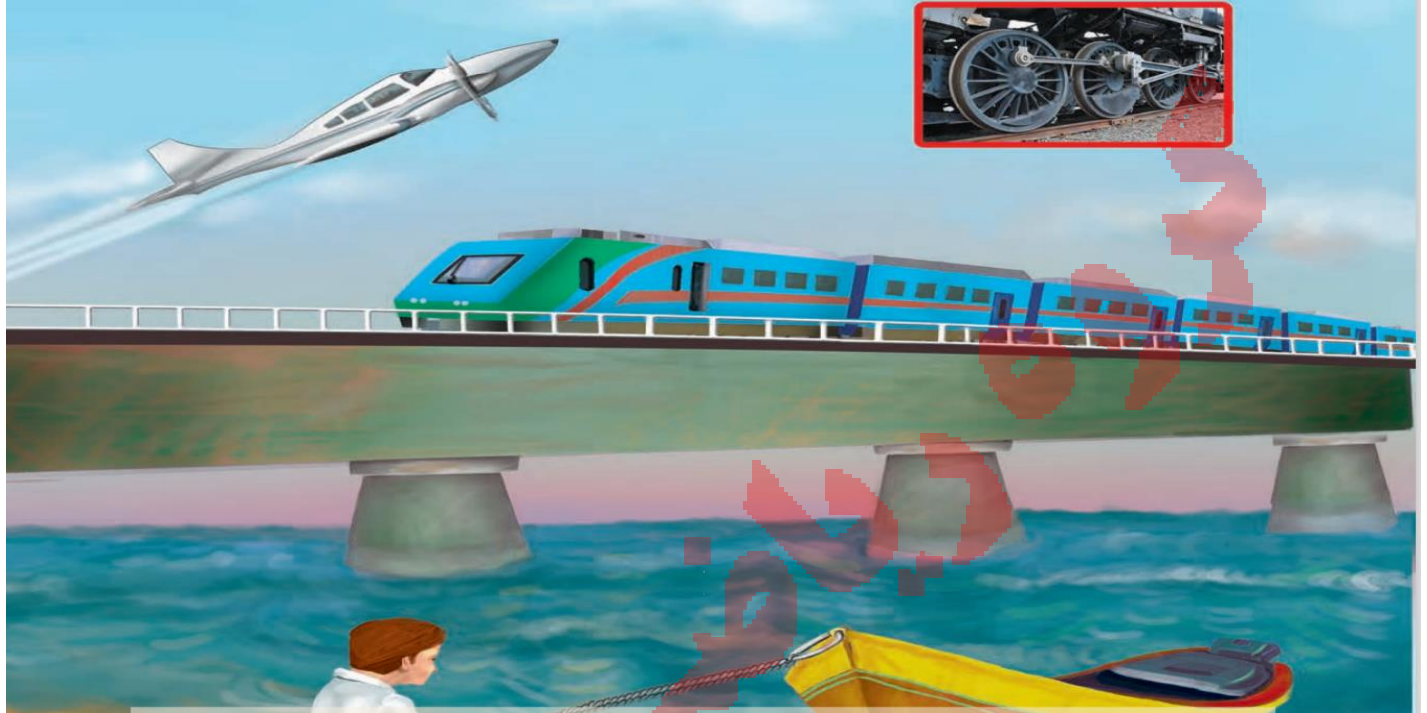


فصل ۸

بردار و مختصات



هدف کلی:

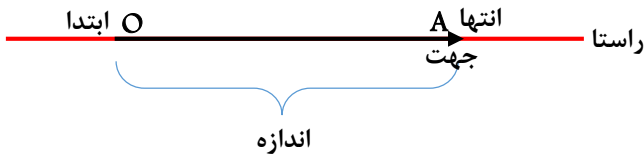
آشنایی دانش آموزان با مفهوم بردار و اجزا آن و هم چنین آشنایی با دستگاه

انتظارات از دانش آموزان در این درس

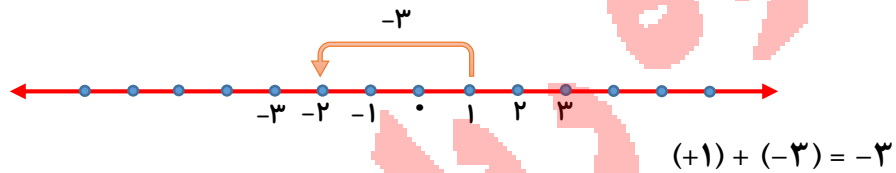
۱. قادر به یافتن مختصات نقطه داده شده، باشند.
۲. بتوانند مکان مختصات نقطه داده شده را روی دستگاه مختصات پیدا کنند.
۳. نواحی ۴ گانه مختصات را بشناسند.
۴. بتواند از یک نقطه دلخواه به اندازه برداری که داده شده حرکت کرده و مختصات مکان جدید را بدست آورد.
۵. بتواند قرینه یک بردار را روی دستگاه مختصات رسم کرده و مختصات آن را بدست آورد.

برداری: پاره خطی که دارای ابتدا و انتها و جهت می باشد و نشان دهنده حرکت از یک نقطه به نقطه دیگر می باشد.

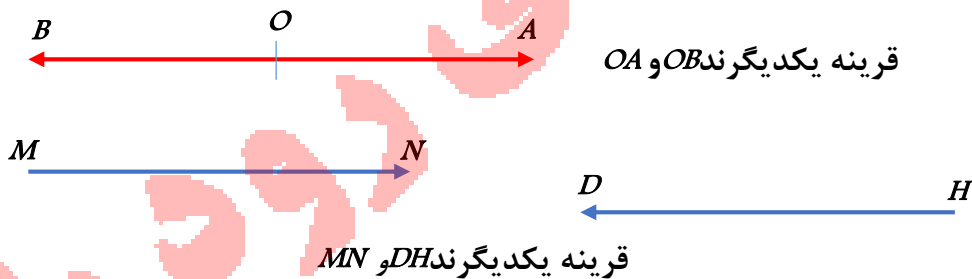
مثال: بردار OA را به صورت \vec{OA} نشان می دهیم.



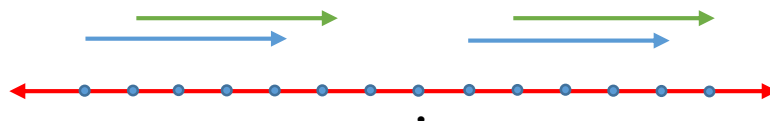
جمع متناظر با بردار: عدد انتهای بردار = عدد متناظر با بردار + عدد ابتدای بردار



دو بردار قرینه: دو برداری که هم راستا و هم اندازه باشند اما در خلاف جهت هم باشند را دو بردار قرینه می گویند.

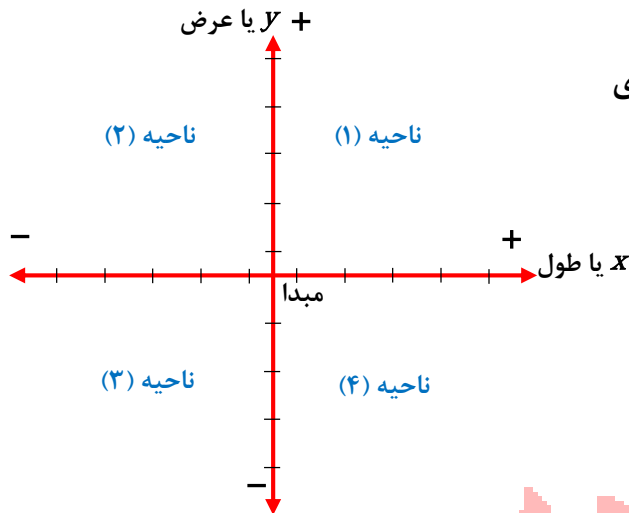


دو بردار مساوی: دو برداری که هم راستا و هم اندازه و هم جهت باشند را دو بردار مساوی گویند.



دستگاه محور مختصات :

این دستگاه از د و محور عمود بر هم ساخته شده است . به محور افقی ، محور طول ها یا محور X می گویند و به محور عمودی ، محور عرض ها یا محور Y می گویند .



دستگاه صفحه را به چهار قسمت مساوی

(ناحیه ، ربع) تقسیم می کند . که از بالا

سمت راست خلاف جهت عقربه های

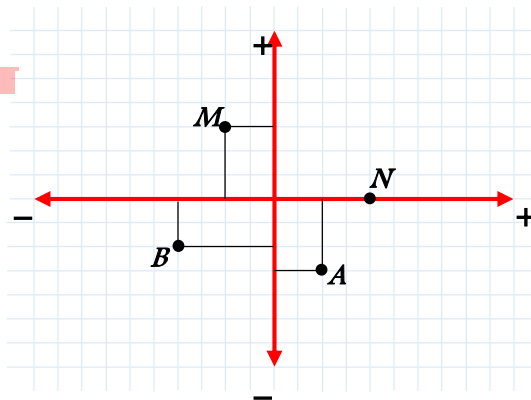
ساعت شماره گذاری می کنند

نمایش نقطه روی محور مختصات :

عرض نقطه را روی محور عرض ها مشخص می کنیم سپس از این دو نقطه دو خط موازی محورها رسم می کنیم، محل برخورد این دو خط جای نقطه را مشخص می کند.

مثال: الف) نقاط $A = \begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را روی محور مختصات نشان دهید.

ب) مختصات نقاط M و N را بنویسید.



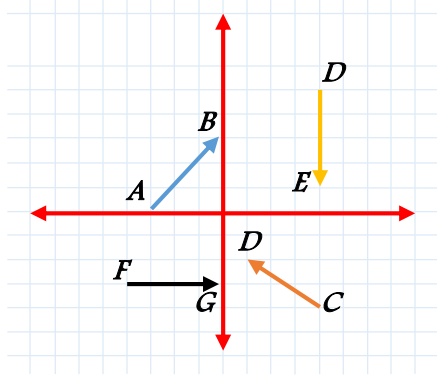
$$N = \begin{bmatrix} +4 \\ . \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -2 \\ +3 \end{bmatrix}$$

نکته: اگر نقطه ای روی محور طول ها باشد، عرض آن صفر و اگر روی محور عرض ها باشد، طول آن صفر است.

مختصات بردار:

سپس حرکت عمودی را می شماریم. (مثلث قائم الزاویه ای درست می شود). جهت حرکت، علامت بردار را مشخص می کند و اندازه ی حرکت، عدد بردار را تعیین می کند.



$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{CD} = \begin{bmatrix} -3 \\ +2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{FG} = \begin{bmatrix} +4 \\ . \end{bmatrix}$$

$$\vec{DE} = \begin{bmatrix} . \\ -4 \end{bmatrix}$$

* اگر بخواهیم جمع متناظر با بردار \vec{AB} را بنویسیم، از رابطه زیر استفاده می کنیم:

مختصات انتهای بردار = مختصات بردار + مختصات ابتدای بردار

$$\begin{bmatrix} -3 \\ . \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +3 \\ +3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} . \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{جمع متناظر با } \vec{AB}$$

$$\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +4 \\ . \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} . \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{جمع متناظر با } \vec{FG}$$

نکته ۱: همه بردارهایی که فقط حرکت افقی دارند عرض آنها صفر است.

نکته ۲: همه بردارهایی که فقط حرکت عمودی دارند، طول آنها صفر است.

قرینه ی بردار:

در قرینه ی هر بردار نسبت به محور طول ها، عرض بردار قرینه می شود.

در قرینه ی هر بردار نسبت به محور عرض ها، طول بردار قرینه می شود.

در قرینه هر بردار نسبت به مبدأ مختصات، طول و عرض بردار قرینه می شوند.

جمع مختصات ها: در جمع مختصات ها طولها با هم و عرض ها با هم جمع می شوند.

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+a \\ n+b \end{bmatrix}$$

مثال: مقدار مجهول را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} x \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -12 \\ +11 \end{bmatrix}$$

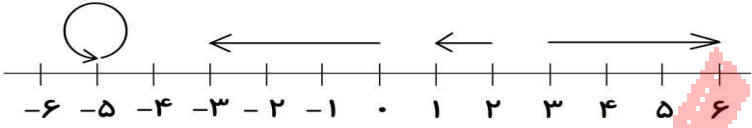
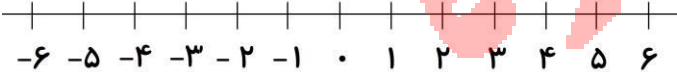

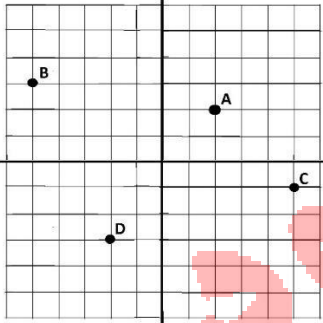
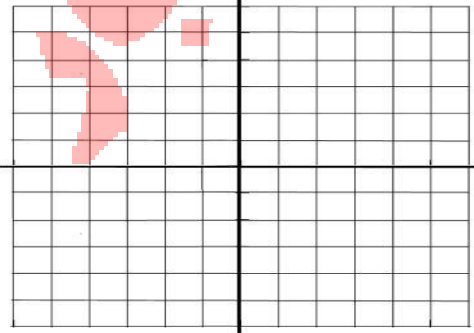
$$x - 5 = -12 \Rightarrow x = -12 + 5 = -7 \Rightarrow x = -7$$

$$-4 + y = +11 \Rightarrow y = +11 + 4 = +15 \Rightarrow y = +15$$

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -2 \\ +5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +3 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} +3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +2 \\ +5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} +5 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2+3-5 \\ -1+5+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

سوالات	ردیف
<p>اندازه ی هر بردار را روی آن بنویسید</p> 	۱
<p>از نقطه ی -۲ برداری که اندازه ی آن +۶ است را رسم کنید و جمع متناظر آن را بنویسید</p> 	۲
<p>برداری را که ابتدای آن +۳ و انتهای آن -۲ است را رسم کنید و جمع متناظر آن را بنویسید</p> 	۳
<p>مختصات نقاط A و B و C و D را بنویسید</p> 	۴
<p>نقاط زیر را در دستگاه مختصات پیدا کنید</p> $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} -4 \\ 4 \end{bmatrix}$ 	۵

	<p>۶ در دستگاه مختصات مقابل بردارهای دلخواه \vec{a} و \vec{b} را مساوی با بردار داده شده و بردارهای دلخواه \vec{d} و \vec{c} را قرینه با آن رسم کنید. مختصات هر یک از بردارهای بالا را بنویسید.</p>
	<p>۷ با نوشتن مختصات نقاط ابتدا و انتها و مختصات هر بردار، جمع متناظر برای هر یک را کامل کنید.</p> $A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $C + \overrightarrow{CD} = D \Rightarrow \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $E + \overrightarrow{EF} = F \Rightarrow \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $G + \overrightarrow{GH} = H \Rightarrow \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$
	<p>۸ در شکل زیر بردارهای مساوی و بردارهای قرینه را مشخص کنید.</p>