

فصل ۵

شمارنده ها و اعداد اول



هدف کلی:

نوشتن شمارنده های یک عدد، تشخیص اعداد اول و مرکب، پیدا کردن بزرگترین و کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد

انتظارات از دانش آموزان در این درس

- ۱ دانش آموز بتواند مجموعه شمارنده های یک عدد را بنویسد و شمارنده های اول و مرکب را تشخیص دهد.
- ۲ دانش آموزان به صورت تجربی بیاموزند که اولاً برای به دست آوردن شمارنده های یک عدد می توانند از تقسیم آن عدد بر شمارنده های اول آن استفاده کنند. ثانياً با رسم نمودار شمارنده های یک عدد به نظم و وابستگی شمارنده های یک عدد به یکدیگر پی ببرند.
- ۳ دانش آموزان به مفهوم مضربی از یک عدد پی ببرند، مجموعه ی مضرب های یک عدد را بشناسند، مضرب مشترک دو عدد را درک کنند و از الگو برای یافتن مضرب مشترک دو عدد استفاده کنند.

شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد:

به تساوی زیر دقت کنید:

$$1 \times 10 = 10$$

$$5 \times 2 = 10$$

با توجه به این تساوی ها در می یابیم که عدد ۱۰، بر هر یک از اعداد ۱، ۲، ۵ و ۱۰ بخش پذیر است،

بنابراین هر کدام از این اعداد را شمارنده یا مقسوم علیه های عدد ۱۰ می گوئیم.

پس شمارنده های یک عدد یعنی اعدادی که عدد مورد نظر بر آنها بخش پذیر باشند.

مثال: شمارنده های عدد ۹ و ۳۲ و ۱۲ را بنویسید.

۱۲ و ۶ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱: شمارنده های ۱۲

۳۲ و ۱۶ و ۸ و ۴ و ۲ و ۱: شمارنده های ۳۲

۹ و ۳ و ۱: شمارنده های ۹

نکته:

۱- عدد **یک** شمارنده ی همه ی اعداد است.

۲- کوچکترین شمارنده ی هر عدد، عدد **یک** است و بزرگترین شمارنده ی هر عدد، **خود آن عدد** است.

اعداد اول:

بعضی از اعداد طبیعی فقط **۲ شمارنده** دارند:

۳ و ۱: ۳ شمارنده های

۷ و ۱: ۷ شمارنده های

۱۱ و ۱: ۱۱ شمارنده های

به عددهایی مانند ۳ و ۷ و ۱۱ که فقط دو شمارنده دارند و آن دو شمارنده عدد **۱** و **خود آن عدد** است

" عدد اول " می گویند.

* هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط بر خودش و یک بخش پذیر باشد، عدد اول است.

* یا هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده دارد، عدد اول است.

نکته:

- ۱- عدد یک تنها عدد طبیعی است که فقط یک شمارنده دارد و آن هم خود عدد یک است.
- ۲- هر عدد طبیعی بزرگتر از یک، حداقل دو شمارنده دارد.
- ۳- کوچکترین عدد اول ۲ است و عدد ۲ تنها عدد زوج اول است و بقیه ی اعداد اول فرد هستند. اعداد اول به ترتیب عبارتند از:

... و ۲۹ و ۲۳ و ۱۹ و ۱۷ و ۱۳ و ۱۱ و ۷ و ۵ و ۳ و ۲

اعداد مرکب:

اعدادی که بیشتر از ۲ شمارنده داشته باشند را اعداد مرکب می گویند.

اعداد مرکب را می توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت.

مثلا: $۱۴ = ۷ \times ۲$ یا $۱۲ = ۳ \times ۴$

نکته:

۱- عدد ۱ نه اول است و نه مرکب.

۲- تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

اعداد طبیعی را می توان به سه دسته تقسیم کرد: اعداد اول و اعداد مرکب

نکته:

۱- مجموع دو عدد فرد، عددی زوج می شود.

$$۳ + ۵ = ۸$$

مانند

۸ + ۱۲ = ۲۰

۲- مجموع دو عدد زوج، عددی زوج می شود. مانند

۳ + ۶ = ۹

۳- مجموع یک عدد فرد و یک عدد زوج، عددی فرد می شود. مانند

۳ × ۴ = ۱۲

۴- حاصل ضرب عدد زوج در عدد فرد، عددی زوج می شود. مانند

۵ × ۳ = ۱۵

۵- حاصل ضرب دو عدد فرد، یک عدد فرد است. مانند

۶ × ۸ = ۴۸

۶- حاصل ضرب دو عدد زوج، یک عدد زوج است. مانند

۳ × ۷ = ۲۱

۷- حاصل ضرب دو عدد اول، عددی اول نیست. ۲۱ اول نیست

۸- هر گاه مجموع یا تفاضل دو عدد اول، عددی فرد باشد حتما یکی از اعداد ۲ خواهد بود.

مثال: مجموع دو عدد اول ۷۳ شده است. آن دو عدد کدام اند؟

پاسخ: چون حاصل جمع دو عدد فرد شده است پس یکی از اعداد زوج و دیگری فرد است و چون دو عدد اول هستند و تنها عدد زوج اول ۲ می باشد، پس یکی از اعداد ۲ و دیگری ۷۱ می باشد.

یادآوری قواعد بخش پذیری اعداد:

بخش پذیری بر ۲: اعدادی بر ۲ بخش پذیرند که رقم یکان آنها زوج باشد. یعنی یکان آنها ۰ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ باشد.

بخش پذیری بر ۳: اعدادی بر ۳ بخش پذیرند که مجموع رقم های آنها بر ۳ بخش پذیر باشد.

بخش پذیری بر ۴: اعدادی بر ۴ بخش پذیرند که دو رقم سمت راست (آخر) آن صفر یا بر ۴ بخش پذیر باشد.

بخش پذیری بر ۵: اعدادی بر ۵ بخش پذیرند که رقم یکان آنها صفر یا ۵ باشد.

بخش پذیری بر ۶: اعدادی بر ۶ بخش پذیرند که هم بر ۲ و هم بر ۳ بخش پذیر باشند.

بخش پذیری بر ۷: اعدادی بر ۷ بخش پذیرند که اگر رقم یکان آنها را ۲ برابر کنیم و حاصل را از بقیه ی ارقام کم کنیم، جواب بر ۷ بخش پذیر باشد.

بخش پذیری بر ۸: اعدادی بر ۸ بخش پذیرند که سه رقم سمت راست آنها صفر یا بر ۸ بخش پذیر باشد.

بخش پذیری بر ۹: اعدادی بر ۹ بخش پذیرند که مجموع رقم های آنها بر ۹ بخش پذیر باشد.

بخش پذیری بر ۱۰: اعدادی بر ۱۰ بخش پذیرند که رقم یکان آنها صفر باشد.

شمارنده های اول یک عدد:

به دو روش می توان شمارنده های اول یک عدد را پیدا کرد.

روش اول: نوشتن شمارنده های آن و سپس پیدا کردن شمارنده های اول

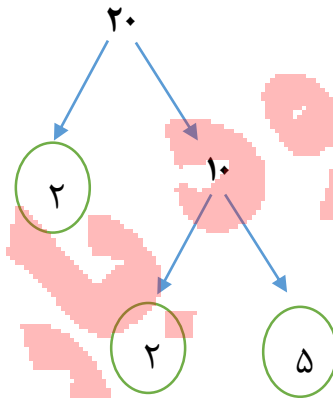
مثال: شمارنده های اول عدد ۲۰ را به دست آورید.

۲۰ و ۱۰ و ۵ و ۴ و ۲ و ۱: شمارنده های ۲۰

پاسخ:

۲ و ۵: شمارنده های اول ۲۰

روش دوم: تجزیه درختی



۲ و ۵: شمارنده های اول ۲۰

بعد از تجزیه، عدد را می توان به صورت ضرب شمارنده های اول نوشت: $20 = 2 \times 2 \times 5$

* از روی تجزیه ی یک عدد و به دست آوردن شمارنده های اول آن می توان بقیه شمارنده های مرکب آن را ساخت

مثال: همه ی شمارنده های ۴۲ را بنویسید.

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

پاسخ:

۱: شمارنده های ۴۲

$$1 \times 2 = 2 \text{ و } 1 \times 3 = 3 \text{ و } 1 \times 7 = 7$$

$$1 \times 2 \times 3 = 6 \text{ و } 1 \times 2 \times 7 = 14 \text{ و } 1 \times 3 \times 7 = 21$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 7 = 42$$

۴۲ و ۲۱ و ۱۴ و ۷ و ۶ و ۳ و ۲ و ۱: شمارنده های ۴۲

کاربرد شمارنده های اول:

از شمارنده های اول می توان در ساده کردن کسرها استفاده کرد. به مثال های زیر توجه کنید:

$$\frac{68}{51} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 17}{3 \times \cancel{17}} = \frac{4}{3} \qquad \frac{48}{72} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times 3} = \frac{2}{3}$$

در مثال های بالا، صورت و مخرج هر کسر را به شمارنده های اول تجزیه کرده، سپس شمارنده های اول مشترک را ساده می کنیم.

نکته: اگر صورت و مخرج کسری شمارنده ی مشترک نداشته باشند، آن کسر ساده نشدنی است.

مثال: کدام یک از کسرهای زیر ساده نشدنی است؟

ساده نشدنی $\frac{49}{26} = \frac{7 \times 7}{2 \times 13}$

ساده شدنی $\frac{13}{39} = \frac{13}{3 \times 13}$

* به کمک شمارنده های اول می توان اعداد جدیدی تولید کرد. مثلاً می خواهیم با شمارنده های اول

۲ و ۳ اعداد طبیعی تولید کنیم.

$$2 \times 3 = 6 \text{ و } 2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ و } 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

نکته :

- ۱- تنها شمارنده ی اول یک عدد اول، **خود آن عدد** است. مثلا شمارنده ی اول عدد ۷، خود ۷ است.
 ۲- عدد ۱ شمارنده ی اول **ندارد**.

روش های تعیین بزرگترین شمارنده ی مشترک دو عدد (ب.م.م) :

برای تعیین (ب.م.م) دو عدد ۲ روش را بیان می کنیم:

روش اول: استفاده از شمارنده های دو عدد

روش دوم: استفاده از تجزیه ی درختی

روش اول: استفاده از شمارنده های دو عدد

ابتدا شمارنده های ۲ عدد داده شده را نوشته، سپس شمارنده های مشترک آنها را مشخص می کنیم و در آخر دور بزرگترین شمارنده ی مشترک خط می کشیم. نماد (ب.م.م) علامت () می باشد.
مثال: بزرگترین شمارنده ی مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۶ را با استفاده از نوشتن شمارنده ها مشخص کنید.

$$۱۶ = ۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶$$

پاسخ:

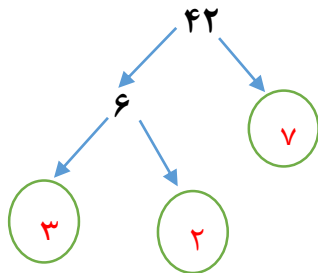
$$۱۲ = ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۶ و ۱۲$$

۲ و ۴: شمارنده های مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۶

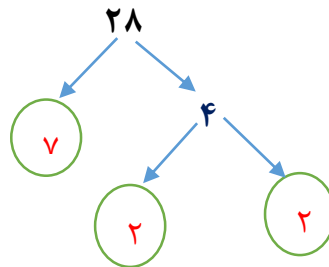
روش دوم: استفاده از تجزیه ی درختی:

برای یافتن (ب.م.م) دو عدد با استفاده از تجزیه ی درختی، پس از تجزیه ی دو عدد به عامل های اول، هر تعداد عدد مشترک در تجزیه ی دو عدد باشد، در هم ضرب می کنیم تا (ب.م.م) حاصل شود.

مثال: (ب.م.م) دو عدد ۲۸ و ۴۲ را با استفاده از تجزیه ی درختی بیابید.



$$42 = 2 \times 3 \times 7$$



$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$(28 \text{ و } 42) = 2 \times 7 = 14$$

نکته:

- ۱- ب.م.م دو عدد اول برابر با **یک** می شود. مانند $(7 \text{ و } 3) = 1$
- ۲- ب.م.م هر عدد طبیعی با خودش، با **خود آن عدد** برابر خواهد بود. مانند $(5 \text{ و } 5) = 5$
- ۳- ب.م.م دو عدد طبیعی متوالی برابر با **یک** است. $(15 \text{ و } 16) = 1$
- ۴- ب.م.م یک و هر عدد طبیعی دلخواه برابر **یک** است. $(1 \text{ و } 4) = 1$
- ۵- اگر عددی طبیعی بر عدد دیگر **بخش پذیر** باشد، ب.م.م آنها **عدد کوچکتر** خواهد بود. مثلا ۲۴ بر ۶ بخش پذیر است پس: $(24 \text{ و } 6) = 6$

مضرب:

- * مضرب های صحیح یک عدد از ضرب آن عدد در اعداد صحیح ... $2 + 1 + 0 + 1 - 1 - 2 + \dots$ به دست می آید.
- * مضرب های طبیعی یک عدد که به اختصار مضرب های آن عدد گفته می شود، از ضرب آن عدد در اعداد طبیعی ... $3 \text{ و } 2 \text{ و } 1$ به دست می آید.

مثال: مضرب های هر یک از اعداد ۳ و ۷ را بنویسید.

پاسخ:

... و ۱۵ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳: مضرب های ۳

... و ۳۵ و ۲۸ و ۲۱ و ۱۴ و ۷: مضرب های ۷

مثال: پنجمین مضرب عدد ۱۷ چند است؟

پاسخ: باید عدد ۱۷ را در ۵ ضرب کنیم:

$$۱۷ \times ۵ = ۸۵$$

مثال: ۷۸ چندمین مضرب عدد ۳ است؟

پاسخ: باید ۷۸ را بر ۳ تقسیم کنیم

$$۷۸ \div ۳ = ۲۶$$

نکته:

۱- مجموعه مضرب های یک عدد **بی پایان** است، برای همین از نماد ... استفاده می کنیم.

۲- تعداد شمارنده های یک عدد **محدود** است.

کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد (ک.م.م):

برای به دست آوردن (ک.م.م) دو عدد ۲ روش را بیان می کنیم:

روش اول: نوشتن مضرب ها

برای به دست آوردن کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد، ابتدا مضرب های آن دو عدد را می نویسیم و سپس مضرب های مشترک آن ها را مشخص می کنیم و دور کوچک ترین مضرب مشترک آن ها خط

می کشیم. نماد (ک.م.م) علامت [] می باشد.

مثال: کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸ را با استفاده از روش نوشتن مضارب مشخص کنید.

... و ۷۲ و ۶۰ و ۴۸ و ۳۶ و ۲۴ و ۱۲: مضارب ۱۲

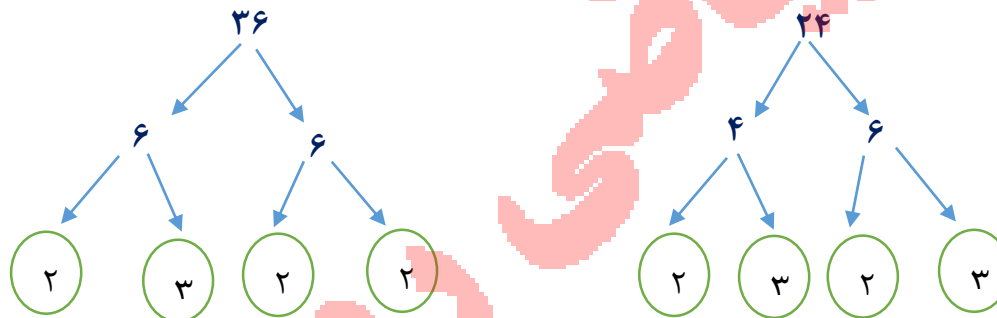
... و ۷۲ و ۵۴ و ۳۶ و ۱۸: مضارب ۱۸

... و ۷۲ و ۳۶: مضارب مشترک دو عدد ۱۲ و ۱۸

روش دوم: با استفاده از تجزیه با عامل های اول

برای محاسبه ی (ک.م.م) دو عدد با استفاده از تجزیه، پس از تجزیه ی دو عدد به عامل های اول، عددهای اول مشترک با بیشترین تکرار را در عددهای اول غیر مشترک ضرب می کنیم.

مثال: ک.م.م دو عدد ۲۴ و ۳۶ را با استفاده از تجزیه درختی به دست آورید؟



$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$[24 \text{ و } 36] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

در **مثال** بالا چون تعداد عامل های ۲ در عدد ۲۴ **بیشتر** از ۳۶ بود بنابراین برای ک.م.م تعداد عامل

های ۲ را از ۲۴ انتخاب کردیم و چون تعداد عامل های ۳ در ۳۶ **بیشتر** از ۲۴ بود، برای ک.م.م عامل

های ۳ را از ۳۶ انتخاب کردیم.

نکته:

- ۱- ک.م.م دو عدد اول برابر با حاصل ضرب آنها است. مانند $[۷ و ۳] = ۷ \times ۳ = ۲۱$
- ۲- ک.م.م دو عدد متوالی برابر با حاصل ضرب آنها است. مانند $[۶ و ۷] = ۶ \times ۷ = ۴۲$
- ۳- ک.م.م هر عدد با یک مساوی با خود عدد است. مانند $[۱ و ۲۵] = ۲۵$
- ۴- ک.م.م هر عدد با خودش مساوی خود عدد است. مانند $[۳۸ و ۳۸] = ۳۸$
- ۵- اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد، ک.م.م آنها عدد بزرگتر است. $[۱۸ و ۶] = ۱۸$ چون بر ۶ بخش پذیر است.
- ۶- ب.م.م دو عدد، شمارنده ی ک.م.م آنها است. ۲ شمارنده ی ۱۲ است. $\rightarrow [۴ و ۶] = ۱۲$ و $(۴ و ۶) = ۲$
- ۷- کوچک ترین مضرب هر عدد طبیعی، خودش است.

مخرج مشترک گرفتن با ک.م.م مخرج ها:

مثال: حاصل عبارت مقابل را به دست آورید

$$\frac{۵}{۱۲} + \frac{۷}{۱۵} =$$

پاسخ: ابتدا ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۵ را به عنوان مخرج مشترک پیدا می کنیم.

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۵ = ۳ \times ۵$$

$$[۱۲ و ۱۵] = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ = ۶۰$$

$$\frac{۵}{۱۲} + \frac{۷}{۱۵} = \frac{۲۵}{۶۰} + \frac{۲۸}{۶۰} = \frac{۵۳}{۶۰}$$

چکیده مطالب

شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد:

اعدادی که عدد مورد نظر بر آنها بخش پذیر باشد. (یعنی باقیمانده تقسیم صفر شود).

اعداد اول:

اعدادی که فقط دو شمارنده دارند. (عدد یک و خود عدد)

اعداد مرکب:

اعدادی که بیشتر از دو شمارنده دارند.

روش های تعیین بزرگترین شمارنده ی مشترک دو عدد (ب.م.م):

روش اول: استفاده از شمارنده های دو عدد

ابتدا شمارنده های دو عدد داده شده را نوشته، سپس شمارنده های مشترک آنها را مشخص می کنیم و در آخر دور بزرگترین شمارنده ی مشترک خط می کشیم. نماد (ب.م.م) علامت () می باشد.

روش دوم: استفاده از تجزیه ی درختی

برای یافتن (ب.م.م) دو عدد با استفاده از تجزیه ی درختی، پس از تجزیه ی دو عدد به عامل های اول، هر تعداد عدد مشترک در تجزیه ی دو عدد باشد، در هم ضرب می کنیم تا (ب.م.م) حاصل شود.

روش های تعیین کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد:

روش اول: نوشتن مضرب ها

برای به دست آوردن کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد، ابتدا مضرب های آن دو عدد را می نویسیم و سپس مضرب های مشترک آن ها را مشخص می کنیم و دور کوچک ترین مضرب مشترک آن ها خط می کشیم. نماد (ک.م.م) علامت [] می باشد.

روش دوم: با استفاده از تجزیه به عامل های اول

برای محاسبه ی (ک.م.م) دو عدد با استفاده از تجزیه، پس از تجزیه ی دو عدد به عامل های اول، عددهای اول مشترک با بیشترین تکرار را در عددهای اول غیر مشترک ضرب می کنیم.

کاربردهای (ب.م.م) و (ک.م.م):

از (ب.م.م) برای ساده کردن کسرها و از (ک.م.م) برای هم مخرج کردن کسرها استفاده می شود.

حل تمرین بعضی از مسائل کتاب

۱- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

پاسخ: $36 = 4 \times 4 + 3 \times 4 =$ تعداد کل دانش آموزان کلاس

از آن جا که در گروه ها باید به تعداد مساوی دانش آموز داشته باشیم، باید شمارنده های ۳۶ را که بین ۲ و ۷ هستند بیابیم.

۳۶ و ۱۸ و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱: تمام شمارنده های ۳۶

بین ۲ و ۷

بنابراین به ۳ حالت می توان این کار را انجام داد. (۱۲ گروه ۳ نفره، ۹ گروه ۴ نفره، ۶ گروه ۶ نفره)

۲- وقتی می نویسیم $18 = 3 \times 6$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده ی ۱۸ هستند؟ چرا؟

پاسخ:

۶ شمارنده ی ۱۸ است $\rightarrow 18$ را می توان ۶ تا ۶ تا شمرد $\rightarrow 18 = 3 \times 6$ یعنی ۳ دسته ی ۶ تایی

۳ شمارنده ی ۱۸ است $\rightarrow 18$ را می توان ۳ تا ۳ تا شمرد $\rightarrow 18 = 6 \times 3$ یعنی ۶ دسته ی ۳ تایی

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

۳- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

شمارنده های اول آن چه عددهایی اند؟

پاسخ: توجه کنید که عدد b به صورت کامل تجزیه نشده است. ابتدا باید عددهای ۴، ۱۵ و ۶ را تجزیه کنیم.

$$b = \underbrace{2 \times 2}_{4} \times \underbrace{3 \times 3 \times 5}_{15} \times \underbrace{2 \times 3}_{6}$$

بنابراین شمارنده های اول عبارتند از: ۲ و ۳ و ۵

۴- یک جعبه ی دستمال کاغذی به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی متر جا می گیرد؟

پاسخ: ابعاد جعبه ی دستمال کاغذی شمارنده ی ابعاد کارتن می باشند. پس باید ابعاد را طوری در نظر بگیریم که هر بُعد جعبه ی دستمال کاغذی، شمارنده ی یک بُعد از کارتن باشد.

$$2 \times 25 = 50$$

۲۵ شمارنده ی ۵۰ است.

$$6 \times 5 = 30$$

۵ شمارنده ی ۳۰ است.

$$2 \times 12 = 24$$

۱۲ شمارنده ی ۲۴ است.

$$24 = 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 2 \times 6$$

تعداد جعبه های دستمال کاغذی

۵- ابتدا صورت و مخرج ها را تجزیه کنید، سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$96 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

$$245 = 5 \times 7 \times 7$$

$$35 = 5 \times 7$$

۶- عدد های زیر تجزیه شده اند، ب.م.م خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7 \quad \text{و} \quad 12 = 2 \times 2 \times 3 \quad \text{و} \quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 = 2 \times 2 \times 7 \text{ و } 12 = 2 \times 2 \times 3)$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 = 2 \times 2 \times 7 \text{ و } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3)$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$(12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ و } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3)$$

$$(12 \text{ و } 36 \text{ و } 28) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ و } 28 = 2 \times 2 \times 7 \text{ و } 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3)$$

۷- به سوال های زیر پاسخ دهید:

اولین مضرب ۷: $1 \times 7 = 7$ سومین مضرب ۶: $3 \times 6 = 18$ دهمین مضرب ۹: $10 \times 9 = 90$

۲۴ چندمین مضرب ۶ است؟ $24 \div 6 = 4$ ۸۰ چندمین مضرب ۸ است؟ $80 \div 8 = 10$

۳۶ چندمین مضرب ۲ است؟ $36 \div 2 = 18$ ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ $144 \div 6 = 24$

۸- یکی از مهمترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است، یعنی کوچک ترین عددی را پیدا می کنیم که به هر دو مخرج بخش پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع ها و تفریق ها را با کمک ک.م.م مخرج ها به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$6 = 2 \times 3$ $9 = 3 \times 3$ $[6 \text{ و } 9] = 2 \times 3 \times 3 = 18$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60}$$

$15 = 3 \times 5$ $20 = 2 \times 2 \times 5$ $[15 \text{ و } 20] = 3 \times 2 \times 5 = 60$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

$12 = 2 \times 2 \times 3$ $18 = 2 \times 3 \times 3$ $[12 \text{ و } 18] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

۹- یک پیست دو و میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل میدان دو را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور

کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و امید با هم به همان نقطه ی شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟

پاسخ: باید ک.م.م دو عدد ۳۵ و ۲۱ را به دست آوریم.

$$۲۱ = ۳ \times ۷ \text{ و } ۳۵ = ۵ \times ۷ \longrightarrow [۲۱ \text{ و } ۳۵] = ۳ \times ۵ \times ۷ = ۱۰۵$$

یعنی پس از ۱۰۵ دقیقه، امید و فرامرز دوباره با هم به نقطه ی شروع می رسند.

$$\frac{۱۰۵}{۲۱} = ۵ \text{ تعداد دورهای فرامرز}$$

$$\frac{۱۰۵}{۳۵} = ۳ \text{ تعداد دورهای امید}$$

۱۰- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، زیرا ۲۱۰ حاصل ضرب دو عدد ۷ و ۳۰ است.

آیا ۲۴۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، زیرا ۴۲۰ هم بر ۷ و هم بر ۳۰ قابل قسمت است.

دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ بی شمار مضرب مشترک دارند.

۱	درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. الف) همه ی اعداد اول فرد هستند. ب) اگر عددی زوج باشد، یکی از شمارنده های اولش ۲ است. ج) اگر دو عدد اول باشند "ب.م.م" آن ها نیز عددی اول است. د) هر عدد اول، بی شمار مضرب اول دارد.
۲	جاهای خالی را با کلمات و یا اعداد مناسب پر کنید. الف) شمارنده ی هر عددی است. ب) اعدادی که بیشتر از دو شمارنده داشته باشند را اعداد می گویند. ج) کوچک ترین مضرب هر عدد است. د) حاصل جمع دو عدد طبیعی فرد، عددی است.
۳	کدام یک از اعداد زیر بر ۱۵ بخش پذیر هستند؟ ۴۳۲۰ و ۲۰۰ و ۷۳۵ و ۶۳۵
۴	مجموع دو عدد اول ۵۵ است. آن دو عدد کدام اند؟
۵	بین اعداد مقابل، اعداد اول را مشخص کنید. ۱۲۱ و ۶۳ و ۵۳ و ۴۷ و ۴۸ و ۳۲ و ۲۷ و ۲۵ و ۲۳
۶	چهار عدد طبیعی بنویسید که فقط اعداد ۲ و ۵ شمارنده ی اول آنها باشند.
۷	عدد a به صورت زیر در آمده است. شمارنده های اول آن را مشخص کنید. $a = 6 \times 35 \times 5 \times 11$
۸	با کمک تجزیه ی اعداد صورت و مخرج، کسرهای زیر را ساده کنید. $\frac{36}{48} =$ $\frac{72}{108} =$
۹	تساوی های زیر را به صورت ذهنی (بدون محاسبه) کامل کنید. $(28 \text{ و } 84) =$ $[18 \text{ و } 36] =$ $(12 \text{ و } 11) =$ $[7 \text{ و } 5] =$
۱۰	در یک پیست دو و میدانی، مهبد و فراز از نقطه ی شروع با سرعت ثابت دویدن را آغاز می کنند. اگر مهبد هر ۲۰ دقیقه و فراز هر ۱۶ دقیقه یک دور کامل پیست را طی کنند، پس از چند دقیقه هر دو با هم به نقطه ی شروع می رسند؟

"نمونه سوال تستی"

۱- حاصل جمع بزرگترین و کوچکترین شمارنده ی عدد ۲۹ کدام است؟

الف) ۲۹ (ب) ۳۰ (ج) ۳۱ (د) نمی توان تعیین کرد

۲- اگر $A = 4 \times 6 \times 5$ و $B = 2 \times 2 \times 3 \times 7$ باشد، کدام گزینه [A و B] را نشان می دهد؟

الف) ۸۴۰ (ب) ۶۰ (ج) ۲۴ (د) ۱۲

۳- اگر مجموع دو عدد اول ۱۰۳ باشد، مجموع ارقام عدد بزرگتر چند است؟

الف) ۳ (ب) ۴ (ج) ۲ (د) ۵

۴- کوچک ترین شمارنده ی هر عدد و کوچک ترین مضرب هر عدد به ترتیب کدام است؟

الف) صفر و یک (ب) یک و یک (ج) یک و خود عدد (د) خود عدد و یک

۵- علی هر ۶ روز و رضا هر ۸ روز یک بار به باشگاه ورزشی می روند. اگر اولین بار باهم به باشگاه رفته باشند آن ها پس از چند روز دوباره یکدیگر راملاقات می کنند؟

الف) ۴۸ (ب) ۱۴ (ج) ۲۴ (د) ۱۸

۶- عددی اول هستیم. اختلافم با عدد اول بعدی ۲ واحد است. اگر یک واحد از من کم شود، حاصل ک.م.م دو عدد ۵ و ۱۴ خواهد شد. من چه عددی هستم؟

الف) ۷۳ (ب) ۷۰ (ج) ۷۹ (د) ۷۱

۷- مجموع دومین، چهارمین و ششمین عدد اول برابر است با:

الف) ۲۲ (ب) ۲۳ (ج) ۳۲ (د) ۲۴

۸- تعداد اعداد کدام عبارت از بقیه بیشتر است؟

الف) اعداد اول زوج (ب) اعداد اول مضرب ۳

ج) شمارنده های اول عدد ۶ (د) شمارنده های اول عدد ۸

۹- اختلاف بزرگترین و کوچک ترین عدد اول دورقمی کدام است؟

الف) ۸۹ (ب) ۸۸ (ج) ۸۶ (د) ۸۳

۱۰- کدام یک از اعداد زیر را نمی توان به صورت جمع دو عدد اول نوشت؟

الف) ۱۰ (ب) ۸ (ج) ۴۳ (د) ۱۷

گروه آموزشی ریاضی دوستان