

## فصل ۳ جبر و احتمال



### هدف کلی:

شناخت مفهوم عبارات جبری و معادله و کاربرد آن در ریاضی و حل مسائل

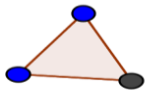
### انتظارات از دانش آموزان در این درس:

- ۱ عبارات کلامی را به صورت جبری بنویسد.
- ۲ جمله ی  $11a$  در یک الگوی عددی را بدست آورد.
- ۳ جملات متشابه را بشناسد و جمع و تفریق آنها را انجام دهد.
- ۴ مقدار عددی یک عبارت جبری را به ازای اعداد داده شده بدست آورد.
- ۵ بتواند معادله را حل کند.

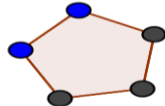
## درس اول: الگوهای عددی

در سال های گذشته در مبحث الگوهای عددی، یاد گرفتید ارتباط بین شماره شکل و تعداد شکل را بنویسید.

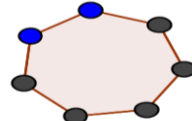
مثال: در شکل های زیر رابطه بین تعداد راس های هر شکل و شماره شکل را بیابید.



شکل شماره ۱



شکل شماره ۲



شکل شماره ۳

در بالا شکل شماره یک سه راس دارد، شکل شماره دو پنج راس دارد و شکل شماره سه هفت راس دارد. همانطور که می بینید اگر شماره شکل را دو برابر کنیم و یکی به آن اضافه کنیم تعداد راس ها بدست می آید.

بنابراین می توان فرمول رابطه شماره شکل و تعداد راس ها را به صورت زیر بنویسیم.

$$۱ + \text{شماره شکل} \times ۲ = \text{تعداد راس ها}$$

## درس دوم: عبارات جبری

در درس زبان انگلیسی برخی نوشتن حروف را یاد گرفتید. به عباراتی که از حروف انگلیسی در نوشتن آنها استفاده می شود عبارت جبری می گویند.

به عنوان مثال در مثال قبلی رابطه تعداد راس ها و شماره شکل را نوشتیم. شما می توانید برای راحتی کار بجای نوشتن کلمات فارسی در یک فرمول و رابطه، از عبارات جبری (حرفهای انگلیسی) استفاده کنید. اینکه از کدام حرف انگلیسی استفاده کنید اختیاری است. اما توصیه می شود در الگوهای عددی از حرف انگلیسی  $n$  بجای شماره شکل استفاده کنید. بنابراین رابطه بالا را میتوان به صورت جبری به شکل زیر نوشت:

$$2 \times n + 1 = \text{تعداد راس ها}$$

حتی می توان به جای تعداد راس ها نیز یک حرف انگلیسی انتخاب کرد:

$$r = 2 \times n + 1$$

در عبارات جبری مثل همین مثال  $2 \times n$  را به صورت  $2n$  نیز نمایش می دهند. یعنی می توان نوشت:

$$r = 2n + 1$$

انتخاب حروف انگلیسی در مثال های زیادی کاربرد دارد. هر حرف انگلیسی نشان دهنده یک عدد می باشد و می توان عبارات کلامی زیادی را به صورت جبری نوشت.

به چند مثال در این زمینه توجه کنید:

**مثال ۱** سه واحد بزرگتر از عددی  $a+3$  ( بجای عدد حرف  $a$  را انتخاب کردیم)

**مثال ۲** پنج برابر عددی  $5 \times b$  یا  $5b$  ( بجای عدد حرف  $b$  را انتخاب کردیم و می توانیم ضرب را

نگذاریم)

**مثال ۳** سه واحد کمتر از چهار برابر عددی  $4k-3$  (حرف  $k$  را انتخاب کردیم و ضرب بین ۴ و  $k$  را

نگذاشتیم)

**مثال ۴** ربع عددی  $\frac{t}{4}$  یا  $t \div 4$  (هر دو صورت نوشتن درست است)

**مثال ۵** حاصلضرب دو عدد  $h \times d$  یا همان  $hd$

**نکته:** دقت داشته باشید که فقط عمل ضرب بین عدد و حرف انگلیسی ( $4 \times k$ ) و یا عمل ضرب بین

دو حرف انگلیسی (مثل  $h \times d$ ) را میتوان نوشت چون  $4k$  همان ۴ برابر عدد  $k$  را معنی می دهد و در صورتی که عدد  $k$  مشخص باشد که چقدر است، میتوان عدد ۴ را در مقدار آن ضرب کرد و حاصل را بدست آورد. اما در مثال های بالا چون مشخص نشده چه عددی هستند نمی توان حاصل را محاسبه کرد

**مثال:** جمله  $n$  ام الگوهای عددی زیر را مانند نمونه بنویسید.

۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ...  $2n =$  پاسخ

**توضیح:** ابتدا زیر هر عدد شماره میزنیم:

۲ و ۴ و ۶ و ۸ و  
(۱) (۲) (۳) (۴)

سپس رابطه بین شماره و عدد را حدس میزنیم. در این مثال شماره اگر ضرب در ۲ شود عدد بدست می آید. بنابراین می توانیم بگوییم: شماره آن عدد  $\times 2 =$  هر عدد

و بجای شماره آن عدد در این عبارت حرف  $n$  بگذاریم:  $2 \times n =$  که میتوان ضرب را نوشت  $2n =$

**تمرین:** جمله  $n$  ام موارد زیر را بنویسید.

۳ و ۶ و ۹ و ۱۲ و ...

۵ و ۱۰ و ۱۵ و ۲۰ و ...

۶ و ۱۱ و ۱۶ و ۲۱ و ...

۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ...

## جملات متشابه

هر کدام از عبارات  $2$  و  $5n$  و  $4k$  و  $\frac{d}{2}$  و  $3$  یک جمله هستند. اما هیچ کدام از آن ها با هم متشابه نیستند. جملات متشابه جملاتی هستند که قسمت جبری (حرف انگلیسی آن ها) یکسان باشد. بعنوان مثال  $4n$  و  $3n$  - متشابه اند. یا عبارات  $5k$  و  $-7k$  و  $k$  با هم متشابه اند. همچنین عبارات  $11ab$  و  $3ba$  نیز با هم متشابه اند (در قسمت جبری جابجایی حروف در یک جمله فرقی ایجاد نمی کند و  $ab$  برابر  $ba$  هست).

**نکته:** اگر یک عبارت جبری علامتی نداشته باشد مثبت است. **مثال:**  $5n = +5n$

**نکته:** اگر عبارتی جبری ضریب عددی نداشته باشد، میتوان عدد یک را نوشت. **مثال:**  $-1k = -k$

## جمع و تفریق عبارات جبری

همیشه یادتان باشد عبارات جبری همگی قابل جمع و تفریق کردن نیستند. بلکه فقط عباراتی را می توان با هم جمع یا تفریق کرد که متشابه باشند یعنی قسمت انگلیسی (جبری) آنها یکی باشد. مثلا عبارت  $5k+3n-$  را نمی توان جمع یا تفریق کرد چون حروف متشابه نیستند و عبارت از این ساده تر نمی شود.

اما عبارات متشابه را می توان ساده کرد. مثلا  $5k+3k-$  را می توان ساده کرد.

برای ساده کردن این عبارات قسمت ضریب عددی آنها را به صورتی که قبلا یاد گرفتیم ساده می کنیم

$$(2+5-3) \text{ و سپس یکی از قسمت های جبری را مینویسیم. } 2k+5k-3k-$$

بر همین اساس عباراتی که قابل ساده شدن هستند در عبارات زیر ساده میکنیم و بقیه ای که ساده نمی شوند خودشان را مینویسیم. به این **مثال** ها توجه کنید:

(عباراتی که  $b$  داشتند و متشابه بودند را ساده کردیم و بقیه را نوشتیم)  $vb + 3m - 9b = -2b + 3m$

$$5d + 3k + 1 + k + 2 - 3d = 2d + 4k + 3$$

**توضیح:** (عددهای ۱ و ۲ با هم و عبارات  $5d - 3d$  با هم و عبارات  $3k + k$  با هم ساده می شوند).

## ساده کردن عبارات جبری (۲)

**نکته:** اگر عدد یا علامتی به پشت پرانتز چسبیده باشد آن عدد یا علامت را در ضرب جملات داخل پرانتز ضرب میکنیم.

$$4(-3b + 2m) = -12b + 8m$$

**مثال:**

در **مثال** بالا عدد ۴ هم در  $-3b$  و هم در  $+2m$  ضرب میشود و ضرایب را چهار برابر می کند.

**مثال:** عبارت زیر را ساده کنید.

$$-3(2m + 5k) - (3m - 2k) =$$

**جواب:**  $-6m - 15k - 3m + 2k = -9m - 13k$

**تمرین:** عبارات جبری زیر را تا حد امکان ساده کنید.

(الف)  $8b - 10h - 2 - 7b + 5 - 3h =$

$$\text{ب) } 2(-6b - 2t) + 4(-9b + 5t) =$$

$$\text{ج) } -7d - 3(10k - 5d) - 11k =$$

$$\text{د) } ew(-7we - 3 + 8w) - 10 =$$

### درس سوم: مقدار عددی عبارات جبری

همانطور که قبلاً گفته شد هر حرف انگلیسی در عبارت جبری نماینده عددی نامعلوم است. اما اگر مقدار آن مشخص شود می توان با قرار دادن آن مقدار، داخل عبارت بجای حروف انگلیسی، مقدار عددی آن عبارت را مشخص کرد.

**مثال:** مقدار عددی عبارات جبری زیر را به ازای  $b = 2$  و  $k = 5$  بدست آورید.

$$2(-4b + 3k) =$$

**حل:** می دانیم  $3k$  یعنی  $3 \times k$  و بجای  $k$  نیز مقدار داده شده در سوال یعنی 5 را قرار میدهیم و

همینطور  $-4b$  یعنی  $-4 \times b$  و بجای  $b$  هم مقدار داده شده در سوال یعنی 2 را قرار می دهیم. سپس

به ترتیب اولویت آن را حل میکنیم. یعنی ابتدا داخل پرانتز ضرب ها را از چپ به راست انجام

میدهیم و سپس حاصل جمع عبارت داخل پرانتز را محاسبه کرده و پاسخ را در عدد بیرون پرانتز

ضرب می کنیم.

$$2(-4b + 3k) = 2(-4 \times 2 + 3 \times 5) = 2(-8 + 15) = 2(+7) = +14$$

**تمرین:** مقدار عددی عبارات زیر را به ازای  $m = 4$  و  $t = -1$  بدست آورید.

$$t + m =$$

$$2m =$$

$$4(3t - m) =$$

$$-3(2m + 3t) =$$

### درس چهارم: معادله

معادله یعنی یک عبارت جبری که دارای علامت مساوی و حروف جبری باشد.

به عبارت  $3S + 4 = 19$  توجه کنید. این یک معادله است و در واقع مانند یک معما جوابی دارد. مفهوم

این معادله این است که ۳ برابر عددی مانند S بعلاوه ۴ مساوی ۱۹ شده است. شما به راحتی میتوانید

این عدد را حدس بزنید..... به نظر شما مقدار S چقدر است؟

آفرین! بله پاسخ عدد ۵ می باشد. تبریک می گوئیم شما یک معادله را حل کرده اید!!!

حل یک معادله گاهی اوقات به همین راحتی است. شما میتوانید بعضی معادلات را با روش حدس و

آزمایش حل کنید و پاسخ آن را به راحتی بدست آورید. در معادله قبلی شما مقدار S را بدست

آوردید.

### روش کلی برای حل معادله

دو طرف یک معادله مانند دو کفه ترازو هستند. وقتی دو کفه ترازو با هم برابر باشند، اگر دو جسم

هم وزن را دو کفه ترازو قرار دهید، کفه ترازو باز هم برابر می ماند و تغییری نمیکنند. از این نکته

طلایی می توان نتیجه گرفت:

اگر دو طرف یک معادله را با عددی یکسان جمع کنیم تساوی بر هم نمی خورد.



اگر از دو طرف یک معادله مقدراری یکسان کم کنیم تساوی بر هم نمی خورد.

اگر دو طرف یک معادله را در عددی یکسان ضرب کنیم تساوی بر هم نمی خورد.

اگر دو طرف یک معادله را بر عددی یکسان تقسیم کنیم تساوی بر هم نمی خورد.

حال چطور از این نکات برای حل معادله استفاده کنیم؟

معادله قبلی یادتان هست؟ پاسخ شد ۵. حالا با استفاده از نکات فوق آن را حل میکنیم.

برای حل معادله ی  $3S + 4 = 19$  کفایست به طرفی که مجهول (یعنی S) قرار دارد توجه کنید (یعنی سمت چپ این تساوی).

۱- ابتدا اگر جمع و تفریقی کنار مجهول قرار داشت برعکس آن را در دو طرف معادله مینویسیم و

دو طرف را ساده میکنیم.

۲- سپس دو طرف را در معکوس عدد ضربی که به مجهول چسبیده است ضرب میکنیم.

پس برای حل ابتدا برعکس ۴ یعنی -۴ را در دو طرف معادله مینویسیم و ساده میکنیم:

معادله به صورت  $3S + 4 - 4 = 19 - 4$  در می آید که پس از ساده کردن  $3S = 15$  را بدست می آوریم.

سپس طرفین معادله را در معکوس عدد ۳ که ضریب عددی چسبیده به S هست ضرب میکنیم.

$$\frac{1}{3} \times 3S = 15 \times \frac{1}{3}$$

که پس از ساده کردن دو طرف، عبارت  $S=5$  بدست می آید که معنی آن این است که مقدار  $S$  برابر ۵ می باشد و همان جوابی است که در ابتدا بدست آورده ایم.

روش دوم حل معادله به روش معلوم و مجهول:

در این روش ابتدا مجهول ها(عبارات جبری) را به طرف چپ تساوی میبریم و معلوم ها (عددها) را به سمت راست تساوی میبریم. توجه داشته باشید که هر عبارتی که از مساوی عبور کند قرینه می شود.

سپس دو طرف معادله را ساده میکنیم و در مرحله آخر قسمت معلوم (عدد) را تقسیم بر ضریب مجهول میکنیم.

**مثال:** معادله زیر را حل کنید.

$$5 m + 20 = 2 m + 14$$

ابتدا مجهول  $2 m$  را به سمت چپ تساوی و عدد  $+20$  را به سمت راست تساوی می بریم. هر دو اینها به دلیل عبور از تساوی قرینه می شوند:

$$5 m - 2 m = +14 - 20$$

عبارت را ساده می کنیم:

$$3 m = -6$$

در مرحله آخر عدد  $-6$  را بر ضریب یعنی  $3$  تقسیم میکنیم. حاصل برابر است با  $-2$  پس مقدار  $m$  برابر  $-2$  می باشد:

$$m = -2$$

توصیه می شود همیشه از یکی از این دو روش برای حل معادله استفاده کنید، زیرا برخی پاسخ معادلات را نمی توان با حدس و آزمایش در معادله بدست آورد.

تمرین: معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $2b + 6 = 18$

ب)  $t - 3 = 10$

ج)  $3k = 21$

د)  $4d + 18 = 2d - 10$

گروه دانش ریاضی دودهنی