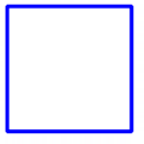


فعالیت:



محیط مربع چگونه به دست می آید؟ این مطلب را در ابتدایی یاد گرفته اید. (اندازه ضلع $4 \times$)

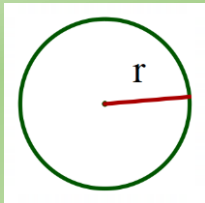
اگر ضلع مربعی ۱۰ باشد، در نتیجه محیط آن برابر است با: $4 \times 10 = 40$ و اگر ضلع مربع ۷ باشد $4 \times 7 = 28$

حال اگر ضلع مربع a باشد. محیط آن چیست؟ مانند بالا می توانیم بنویسیم. $4 \times a$

در این فعالیت، محیط یک مربع به ضلع a ، برابر است با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می شود، در جبر متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیرمشخص اند. در اینجا $4a$ به صورت کلامی یعنی چهار ضرب در عددی یا چهار برابر عددی

تمرین (۱):

در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیر (با توجه به شکل) نشان دهید.



$$S = 3/14 \times \times$$

$$\text{شعاع} \times \text{شعاع} = 3/14 \times \text{مساحت}$$

$$P =$$

$$\text{شعاع} \times 2 \times 3/14 = \text{محیط}$$

فعالیت:

۲, ۴, ۶, ۸, ...

به الگوی عددی مقابل دقت کنید.

چه قانونی در این الگو مشاهده می کنید؟ اگر کمی دقت کنید متوجه می شوید که این الگو دو تا دو تا اضافه می شود. و این

یعنی این عددها مضارب ۲ هستند. $2 \times 1 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$, ...

$$2 \times n = 2n$$

حال می خواهیم این قانون را با متغیر نشان دهیم.

این عبارت را جمله n ام، این الگو می نامند. با این قانون شما می توانید جملات بعدی را هم حساب کنید.

$$\text{جمله } 15 \text{ ام: } 15 \times 2 = 30$$

$$\text{جمله } 10 \text{ ام: } 2 \times 10 = 20$$

تمرین (۲):

جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۳, ۶, ۹, ۱۲, ...

۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, ...

۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...

$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

فعالیت:

به الگوی عددی مقابل توجه کنید.

۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ...

متوجه می شوید که این اعداد نیز سه تا سه تا در حال اضافه شدن هستند. پس می توان حدس زد که جمله n ام آنها به صورت $3n$ است. ولی اگر کمی بیشتر دقت کنید اشکالی در اینجا مشاهده می شود. با توجه به عبارتی که نوشتیم. برای اولین عدد داریم $3 \times 1 = 3$ در صورتی که اولین عدد ۴ است. عدد دوم هم همین مشکل را دارد. $3 \times 2 = 6$ ولی عدد دوم ۷ است. و همچنین برای عددهای سوم و چهارم و ...

پس باید به دنبال روشی بگردیم که بتوانیم جمله n ام را اصلاح کنیم. با دقتی بیشتر می توان رابطه ای بین حاصل ضرب ها و اعداد الگو پیدا کرد. $3 \times 1 = 3$, 4 , $3 \times 2 = 6$, 7 , $3 \times 3 = 9$, 10 .

بله هر کدام یکی بیشتر شده اند. پس جمله n ام به صورت مقابل می شود. $3n + 1$

در الگوی عددی $2, 7, 12, 17, \dots$ در ابتدا متوجه می شویم که جملات ۵ تا ۵ تا در حال اضافه شدن هستند. پس در بخش نخست $5n$ را داریم. ولی برای اولین عدد $5 \times 1 = 5$ است. در صورتی که عدد اول الگو ۲ است پس در اینجا از هر کدام سه تا کم می شود. در نتیجه:

$$5n - 3$$

حال بیاید جملات بعدی را هم آزمایش کنیم. $5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$ و $5 \times 2 - 3 = 10 - 3 = 7$

نکته: بعد از اینکه جمله n ام یک الگو را نوشتید، حتما چند تا را آزمایش کنید تا مطمئن شوید که درست است.

تمرین (۳): جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸, ...

۱, ۷, ۱۳, ۱۹, ...

۱, ۴, ۷, ۱۰, ...

۲, ۱۲, ۲۲, ۳۲, ...

فعالیت:

به کمک حروف و نوشتن عبارت های جبری، قوانینی را که تا کنون در ریاضی یاد گرفته اید را می توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال به عبارت های کلامی و همچنین عبارت های جبری مربوط به هر کدام دقت کنید.

(- عمل جمع خاصیت جا به جایی دارد. (یعنی اگر جای اعداد را عوض کنیم، حاصل تغییری نمی کند.) $a + b = b + a$

$$a + 0 = a$$

(- جمع هر عدد با صفر برابر خود همان عدد است.

تمرین (۴):

عبارت ها و قانون های زیر را به صورت جبری بنویسید.

(- ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است.

(- عمل ضرب خاصیت جا به جایی دارد.

(- ضرب هر عدد در یک برابر خودش است.

فعالیت:

در یک پارکینگ، هر ماشینی که وارد می شود ۵۰۰ تومان ورودی دارد و برای هر ساعت توقف در پارکینگ نیز ۲۰۰ تومان محاسبه می شود. می خواهیم قانون این پارکینگ را به صورت عبارت جبری بنویسیم.

مهمترین نکته در این مسئله تشخیص متغیر است. چون به جای متغیر حرف انگلیسی باید نوشت. برای این کار کمی مسئله را ساده تر می کنیم. برای اینکار فرض می کنیم ماشینی ۵ ساعت در این پارکینگ بوده است. چون برای هر ساعت ۲۰۰ تومان گرفته می شود، پس داریم $200 \times 5 = 1000$ از طرفی هم ۵۰۰ تومان ورودی بوده. $200 \times 5 + 500 = 1500$

مشاهده می کنید که ساعت توقف در این مسئله متغیر است. پس می توان عبارت زیر را برای این مسئله نوشت.

$$200 \cdot a + 500 \quad \text{یا} \quad 200 \times a + 500$$

تمرین (۵):

هزینه چاپ برگه های تبلیغاتی به این شرح حساب می شود: ۱۰۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر برگه. هزینه چاپ n برگه تبلیغاتی را به صورت جبری بنویسید.

تمرین (۶):

هزینه ورودی یک شهر بازی ۵۰۰۰ تومان است و هزینه استفاده برای هر وسیله بازی نیز ۲۰۰۰ تومان است.
الف) برای هزینه های این شهر بازی یک عبارت جبری بنویسید.
ب) اگر بچه ای ۶ وسیله را بازی کند، هزینه اش چقدر می شود؟

فعالیت:

یکی از مهم ترین مهارت ها در عبارت جبری تبدیل عبارت های کلامی به صورت جبری و بالعکس آن است. به مثال های زیر توجه کنید.

$a + 4$	چهار تا بیشتر از عددی	$4a$	چهار برابر عددی
$3m - 5$	۵ تا کمتر از ۳ برابر عددی	$5n + 3$	سه تا بیشتر از ۵ برابر عددی
$\frac{n}{7} + 9$	۹ تا بیشتر از حاصل تقسیم عددی بر ۷	$\frac{x}{2}$	نصف عددی

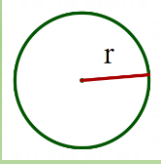
تمرین (۷):

عبارت های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید.

- (-) پنج تا کمتر از ده برابر عددی
- (-) شش تا بیشتر از حاصل تقسیم عددی بر پنج
- (-) ثلث عددی
- (-) یک واحد کمتر از سه چهارم عددی

تمرین (۱):

در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیر (با توجه به شکل) نشان



$$S = 3/14 \times r \times r$$

دهید. شعاع \times شعاع $\times 3/14 =$ مساحت

$$P = 3/14 \times 2 \times r$$

شعاع $\times 2 \times 3/14 =$ محیط

تمرین (۲): جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۳, ۶, ۹, ۱۲, ...

$3n$

۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, ...

$5n$

۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ...

$4n$

$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

$\frac{1}{n}$

تمرین (۳): جمله n ام الگوهای عددی زیر را بنویسید.

۶, ۱۰, ۱۴, ۱۸, ...

$4n + 2$

۱, ۷, ۱۳, ۱۹, ...

$6n - 5$

۱, ۴, ۷, ۱۰, ...

$3n - 2$

۲, ۱۲, ۲۲, ۳۲, ...

$10n - 8$

تمرین (۴): عبارت ها و قانون های زیر را به صورت جبری بنویسید.

(-) عمل ضرب خاصیت جا به جایی دارد. $a \times b = b \times a$ (- ضرب هر عدد در صفر برابر صفر است. $a \times 0 = 0$

(-) ضرب هر عدد در یک برابر خودش است. $a \times 1 = a$

تمرین (۵): هزینه چاپ برگه های تبلیغاتی به این شرح حساب می شود: ۱۰۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر

$$10n + 1000$$

برگه. هزینه چاپ n برگه تبلیغاتی را به صورت جبری بنویسید.

تمرین (۶): هزینه ورودی یک شهر بازی ۵۰۰۰ تومان است و برای هزینه استفاده برای هر وسیله بازی نیز ۲۰۰۰ تومان است.

$$2000a + 5000$$

الف) برای هزینه های این شهر بازی یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر بچه ای ۶ وسیله را بازی کند، هزینه اش چقدر می شود؟ $2000 \times 6 + 5000 = 12000 + 5000 = 17000$

تمرین (۷):

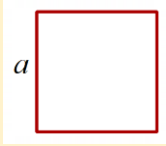
عبارت های کلامی زیر را به صورت جبری بنویسید.

(-) پنج تا کمتر از ده برابر عددی $10a - 5$ (- شش تا بیشتر از حاصل تقسیم عددی بر پنج $\frac{a}{5} + 6$

(-) ثلث عددی $\frac{a}{3}$ (- یک واحد کمتر از سه چهارم عددی $\frac{3}{4}a - 1$

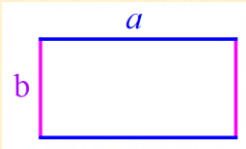
فعالیت :

در درس قبلی محیط مربع را به صورت جبری نشان دادیم. به شکل زیر دقت کرده و درستی عبارت را توضیح دهید.



$$P = a + a + a + a = 4a$$

حالا به مستطیل مقابل دقت کنید. می خواهیم محیط این مستطیل را به دست آوریم.

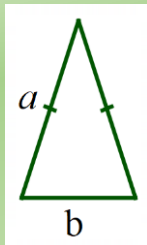


$$P = a + b + a + b = 2a + 2b$$

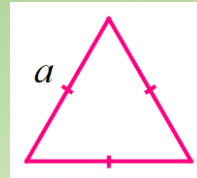
همانطور که مشاهده می کنید. در مستطیل اندازه طول و عرض با هم متفاوت است. پس فقط

می توان طولها را با هم و عرض ها را نیز با هم جمع کرد. و این یعنی فقط آنهایی که هم جنس هستند را می توان با هم جمع کرد.

تمرین (۱):



محیط شکل های زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.



فعالیت :

علی دیروز ۲ عدد سیب و ۳ عدد پرتقال خورده است. اگر سیب را با a و پرتقال را با b نشان دهیم. می توانیم با عبارت جبری آن را نشان دهیم.

$$2a + 3b$$

آیا می توان سیب را با پرتقال جمع کرد؟ خیر، زیرا هم جنس نیستند، به همین خاطر است که عبارت جبری بالا دو قسمت دارد.

اگر علی امروز ۳ عدد سیب و ۱ عدد پرتقال خورده باشد. عبارت جبری آن به صورت $3a + b$ است.

(دقت کنید که نبودن عدد کنار متغیر به معنی ۱ است.)

می خواهیم کل میوه هایی را که علی طی دیروز و امروز خورده را به صورت جبری نمایش دهیم.

$$2a + 3b + 3a + b = 5a + 4b$$

در عبارت بالا هر یک از عبارات های $2a$ و $3b$ و $3a$ و b یک جمله است. دو جمله $2a$ و $3a$ متشابه هستند و به همین خاطر جمع شدند و جمله $5a$ به دست آمد. و همچنین جمله های $3b$ و b نیز متشابه هستند و حاصلشان $4b$ است. ولی جمله های $5a$ و $4b$ متشابه نیستند و به همین خاطر جمع نمی شوند.

تمرین (۲):

در یک کارگاه ساختمان سازی در یک روز ۲۰ کیسه سیمان و ۱۲ کیسه گچ مصرف شده است. در روز بعدی ۲۵ کیسه سیمان و ۱۳ کیسه گچ مصرف شده است. اگر هر کیسه سیمان را با m و هر کیسه گچ را با n نشان دهیم.

الف) مصرف روز اول را با عبارت جبری نشان دهید.

ب) مصرف روز دوم را با عبارت جبری نشان دهید.

ج) مصرف هر دو روز را با عبارت جبری نشان دهید.

فعالیت :

به شیوه جمع کردن عبارت جبری مقابل زیر دقت کنید.

$$\underline{3a} + \underline{5b} + \underline{2a} - \underline{8b} = 5a - 3b$$

همانطور که مشاهده می کنید. جمله های $3a$ و $2a$ متشابه هستند و در نتیجه $2a + 3a = 5a$

از طرفی جمله های $5b$ و $-8b$ نیز با هم متشابه هستند. (دقت کنید که علامت مربوط به جمله است) در اینجا نیز همان عمل جمع انجام می شود ولی به خاطر بودن علامت جمع بر اساس اعداد صحیح انجام می گردد.

$$-8b + 5b = -3b \quad (-8 + 5 = -3)$$

در ساده کردن عبارت های جبری جمله های متشابه بر اساس اعداد صحیح با هم جمع می شوند.

به مثال های زیر توجه کنید. (داخل پرانتز ها فقط جهت توضیح بیشتر است. و شما نیازی به نوشتن آن ندارید.)

$$\underline{3a} - \underline{5b} - \underline{2a} - \underline{3b} = a - 8b \quad (3a - 2a = 1a), \quad (-5b - 3b = -8b)$$

$$\underline{3x} + \underline{5y} - \underline{2x} - \underline{3y} - \underline{5x} = -4x + 2y \quad (\underbrace{3x - 2x - 5x}_{1x} = -4x), \quad (+5y - 3y = +2y)$$

$$\underline{3a} - \underline{5b} + \underline{3} - \underline{4a} - \underline{2b} - \underline{8} = -1a - 7b - 5 \quad (3a - 4a = -1a), (-5b - 2b = -7b), (+3 - 8 = -5)$$

$$5m - \underline{4n} + \underline{7n} - 1 = 5m + 3n - 1 \quad (-4n + 7n = +3n)$$

در ساده کردن عبارت های جبری جملات غیر متشابه بدون تغییر نوشته می شوند.

تمرین (۳):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

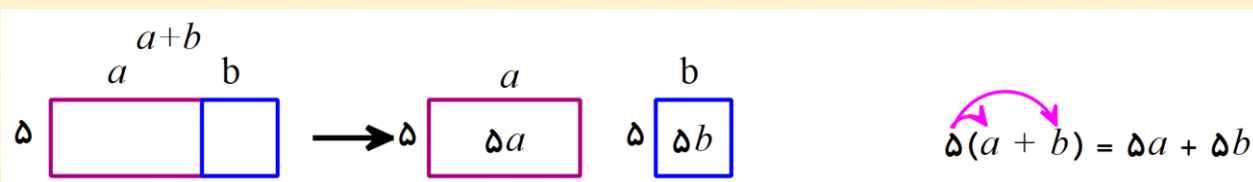
$$4a - 3b - 5a + 5b = \quad 2x - 5y + 3x - 4y =$$

$$5a - 2b + 1 - 2a + 1 \cdot b = \quad -2x + 5y - 3x + 7x =$$

$$3x - 5y - 2x + 5 = \quad 7x - 2y + 5x - 1 \cdot x =$$

فعالیت :

با توجه به اینکه مساحت ها در دو شکل برابرند. به شیوه ضرب یک عدد در پرانتز دقت کنید.



مشاهده می کنید که در ضرب عددی در پرانتز، عدد در تمام جملات داخل پرانتز ضرب می شود. به مثال های زیر دقت کنید.

$$5(3a + 5b) = 15a + 25b$$

$$-(4x - 3y) = -4x + 3y$$

$$-5(-2x + 6y) = 10x - 30y$$

تمرین (۴):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$3(2x - 5y) =$$

$$-(4a + 6b) =$$

$$-6(-2x + 3y) =$$

$$-(3x - 2y + 5z) =$$

$$5(2a - 3b - 4) =$$

فعالیت :

حالا هم ضرب عدد را در عبارت های جبری آموخته اید و هم ساده کردن را یاد دارید. پس به روش عملیات در عبارت های زیر دقت کرده و آن را برای خود توضیح دهید.

$$3(2x - 5y) - 5x + 2y = 6x - 15y - 5x + 2y = 1x - 13y$$

$$3a + 4b - 2(2a + b) = 3a + 4b - 4a - 2b = -1a + 2b$$

$$2(2x - 5y) - 3(x + 3y) = 4x - 10y - 3x - 9y = 1x - 19y$$

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5(-3a + 2b) - 2a - 8b =$$

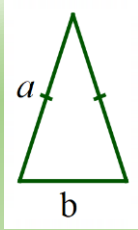
$$-5x - 5y + 3(2x + 3y) =$$

$$(4a - 5b) - (2a + 1 \cdot b) =$$

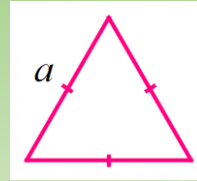
$$3(2x - 4y) - 2(x + 3y) =$$

$$3(a + b - 2c) + 2(-2a + 2b + c) =$$

تمرین (۱): محیط شکل های زیر را به صورت عبارت جبری بنویسید.



$$P = a + a + b = 2a + b$$



$$P = a + a + a = 3a$$

تمرین (۲):

در یک کارگاه ساختمان سازی در یک روز ۲۰ کیسه سیمان و ۱۲ کیسه گچ مصرف شده است. در روز بعدی ۲۵ کیسه سیمان و ۱۳ کیسه گچ مصرف شده است. اگر هر کیسه سیمان را با m و هر کیسه گچ را با n نشان دهیم.

الف) مصرف روز اول را با عبارت جبری نشان دهید. $20m + 12n$

ب) مصرف روز دوم را با عبارت جبری نشان دهید. $25m + 13n$

ج) مصرف هر دو روز را با عبارت جبری نشان دهید. $20m + 12n + 25m + 13n = 45m + 25n$

تمرین (۳): عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$4a - 3b - 5a + 5b = -1a + 2b$$

$$2x - 5y + 3x - 4y = 5x - 9y$$

$$5a - 2b + 1 - 2a + 1 \cdot b = 3a + 1b + 1$$

$$-2x + 5y - 3x + 7x = 2x + 5y$$

$$3x - 5y - 2x + 5 = x - 5y + 5$$

$$7x - 2y + 5x - 1 \cdot x = 2x - 2y$$

تمرین (۴): ضرب های زیر را انجام دهید.

$$3(2x - 5y) = 6x - 15y$$

$$-(4a + 6b) = -4a - 6b$$

$$-6(-2x + 3y) = 12x - 18y$$

$$-(3x - 2y + 5z) = -3x + 2y - 5z$$

$$5(2a - 3b - 4) = 10a - 15b - 20$$

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5(-3a + 2b) - 2a - 8b = -15a + 10b - 2a - 8b = -17a + 2b$$

$$-5x - 5y + 3(2x + 3y) = -5x - 5y + 6x + 9y = x + 4y$$

$$(4a - 5b) - (2a + 1 \cdot b) = 4a - 5b - 2a - 1 \cdot b = 2a - 6b$$

$$3(2x - 4y) - 2(x + 3y) = 6x - 12y - 2x - 6y = 4x - 18y$$

$$3(a + b - 2c) + 2(-2a + 2b + c) = 3a + 3b - 6c - 4a + 4b + 2c = -a + 7b - 4c$$

فعالیت :

۳, ۵, ۷, ۹, ...

به الگوی عددی مقابل دقت کنید.

 $2n+1$

در درس های قبلی آموختید که قانون این الگو را می توانید به صورت جبری بنویسید.

۳۰

$$2 \times 15 + 1 = 31$$

حال از شما می پرسیم، طبق این قانون جمله پانزدهم چه عددی است؟

تمرین (۱):

اگر جمله n ام یک الگو $5n - 3$ باشد، جمله شانزدهم و بیستم آن را پیدا کنید.

فعالیت :

در جدول زیر عبارت $2n - 7$ را به ازای عددهای داده شده محاسبه کرده ایم. به آنها خوب دقت کنید.

n	۱	۵	۰	-۳
$2n - 7$	$2 \times (1) - 7 = -5$	$2 \times (5) - 7 = +3$	$2 \times (0) - 7 = -7$	$2 \times (-3) - 7 = -13$

« در یک عبارت جبری اگر به جای متغیرهای آن عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به

دست می آید.»

تمرین (۲):

جدول های زیر را کامل کرده و مقدار عددی هر عبارت را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	-۳	-۲	-۱	۰
$3n + 2$				
a	۵	۲	۰	-۱
$3a - 7$				
n	۱	۵	۰	-۳
$-2n + 3$				

فعالیت :

$$(5n + 3)(2n - 1) =$$

اگر $n = 3$ باشد، مقدار عددی عبارت مقابل را به دست آورید.

آیا حل این سوال با مواردی که در جدول بود، متفاوت است؟ در اینجا بعد از جایگذاری ترتیب عملیات مهم است. به حل

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{18} & \underbrace{5} & \\ 15 & 6 & \end{array}$$

$$(5n + 3)(2n - 1) = (5 \times 3 + 3)(2 \times 3 - 1) = 18 \times 5 = 90$$

دقت کنید.

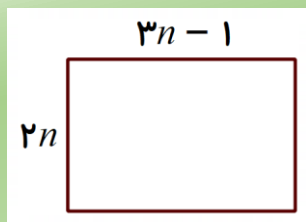
تمرین (۳):

اگر $a = 4$ باشد، مقدار عددی عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{5a+1}{2a-1} =$$

تمرین (۴):

مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.



الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

ب) اگر $n = 6$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

فعالیت :

مدیر یک مدرسه قصد دارد دانش آموزان پایه هفتم را به اردو ببرد. اردوگاه یک مبلغ ورودیه دارد که 100000 تومان است. و برای هر دانش آموز نیز مبلغ 5000 تومان دریافت می کند. آقای مدیر از یکی از دانش آموزان کلاس خواست که این مطلب را به ریاضی بیان کند. دانش آموز کمی فکر کرد و فهمید که مبلغ ورودیه به تعداد دانش آموزان بستگی ندارد و فقط 5000 تومان است که به تعداد دانش آموزان ربط دارد. پس او در برگه ای این عبارت را نوشت. $5000n + 100000$

آقای مدیر با دیدن این نوشته دانش آموز را تشویق کرد و از او خواست تا هزینه را برای کلاسشان که 30 نفر هستند،

$$5000n + 100,000 = \overbrace{5000 \times 30}^{150,000} + 100,000 = 250,000$$

محاسبه کند.

تمرین (۵):

هزینه ورودی یک پارک بازی 5000 تومان است. و همچنین قیمت هر وسیله بازی هم 2000 تومان است.

الف) هزینه این پارک بازی را به صورت عبارت جبری بنویسید.

ب) علی دیشب در این پارک 6 بازی را انجام داد. هزینه او را حساب کنید.

فعالیت :

فاطمه از یک کتاب فروشی تعداد a کتاب نو که قیمت هر جلد آن 10000 تومان است و b جلد هم کتاب دست دوم که قیمت هر جلد 7000 تومان است خریداری کرده است. او می خواهد این خرید خود را به صورت جبری بنویسید. چون دو نوع کتاب گرفته پس عبارت او دو متغیر دارد.

$$10,000a + 7000b$$

اگر فاطمه 5 کتاب نو و 3 کتاب دست دوم خریده باشد، هزینه او چقدر شده است؟ پس داریم. $a = 5$, $b = 3$

و می توان هزینه را اینگونه حساب کرد.

$$10,000a + 7000b = \overbrace{10,000 \times 5}^{50,000} + \overbrace{7000 \times 3}^{21,000} = 50,000 + 21,000 = 71,000$$

تمرین (۶):

در یک کارگاه ساختمانی روزانه تعداد m کیسه سیمان به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان و n کیسه گچ به قیمت ۱۵۰۰۰ تومان استفاده می شود. هزینه گچ و سیمان روزانه این کارگاه را با یک عبارت جبری بنویسید.
اگر امروز ۹ کیسه سیمان و ۷ کیسه گچ مصرف شده باشد. هزینه امروز را محاسبه کنید.

فعالیت :

همانطور که در فعالیت قبل مشاهده کردید، در بعضی از مسائل مربوط به مقدار عددی، بیشتر از یک متغیر وجود دارد. روش کار در این مسائل همانند قبل است، فقط باید دقت شود که متغیرها درست جایگذاری شوند. ضمناً ترتیب عملیات باید رعایت شود. از دوره ابتدایی به یاد دارید که اگر در عبارتی پرانتز بود، اول باید داخل آن محاسبه شود، بعد ضرب ها و تقسیم ها انجام شوند و در آخر جمع و تفریق انجام شود. به مثال زیر دقت کنید.

$$m = 2, n = -3 \quad 5m + n(n - m) = 5 \times 2 + (-3)(-3 - 2) = 5 \times 2 + (-3) \times (-5) = 10 + 15 = 25$$

تمرین (۷):

مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a = 3, b = 5 \quad 2a - b - ab = \quad x = -1, y = 3 \quad 5x + (y - 1)(y - 2) =$$

فعالیت :

دو دانش آموز مسئله زیر را به دو روش زیر حل کرده اند. این روش ها را برای خودتان توضیح دهید.

« مقدار عددی عبارت مقابل را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید. $3(2a - 3b) - 5(3a + b)$ ، $a = 2, b = 3$ »

$$3(2a - 3b) - 5(3a + b) = 3 \times (2 \times 2 - 3 \times 3) - 5 \times (3 \times 2 + 3) = 3 \times (-5) - 5 \times 9 = -15 - 45 = -60$$

$$3(2a - 3b) - 5(3a + b) = \underline{6a - 9b} - \underline{15a - 5b} = -9a - 14b = -9 \times 2 - 14 \times 3 = -18 - 42 = -60$$

همانطور که مشاهده می کنید نفر اول از همان ابتدا اعداد را قرار داده و محاسبه کرده است. ولی نفر دوم ابتدا عبارت جبری را ساده کرده و بعد عددها را قرار داده است. در هر دو صورت پاسخ یکی به دست آمده است. شما کدام روش را می پسندید؟

تمرین (۸):

مقدار عددی عبارت زیر را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید.

$$x = -1, y = 4 \quad 2(3x - 2y) + 3(x - y) =$$

تمرین (۱):

اگر جمله n ام یک الگو $5n - 3$ باشد، جمله شانزدهم و بیستم آن را پیدا کنید.

$$5n - 3 \quad \begin{array}{l} 80 \\ \text{جمله شانزدهم: } 5 \times 16 - 3 = 77 \end{array} \quad \begin{array}{l} 100 \\ \text{جمله بیستم: } 5 \times 20 - 3 = 97 \end{array}$$

تمرین (۲):

جدول های زیر را کامل کرده و مقدار عددی هر عبارت را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

n	-3	-2	-1	$.$
$3n + 2$	$\overbrace{3 \times (-3) + 2}^{-9} = -7$	$\overbrace{3 \times (-2) + 2}^{-4} = -4$	$\overbrace{3 \times (-1) + 2}^{-1} = -1$	$3 \times (.) + 2 = +2$

a	5	2	$.$	-1
$3a - 7$	$\overbrace{3 \times (5) - 7}^{15} = 8$	$\overbrace{3 \times (2) - 7}^{-1} = -1$	$3 \times (.) - 7 = -7$	$\overbrace{3 \times (-1) - 7}^{-3} = -10$

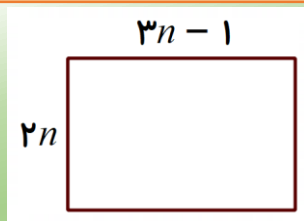
n	1	5	$.$	-3
$-2n + 3$	$\overbrace{-2 \times (1) + 3}^{-2} = +1$	$\overbrace{-2 \times (5) + 3}^{-7} = -7$	$\overbrace{-2 \times (.) + 3}^{.} = +3$	$\overbrace{-2 \times (-3) + 3}^{+6} = +9$

تمرین (۳):

اگر $a = 4$ باشد، مقدار عددی عبارت مقابل را به دست آورید.

$$\frac{5a + 1}{2a - 1} = \frac{5 \times 4 + 1}{2 \times 4 - 1} = \frac{20 + 1}{8 - 1} = \frac{21}{7} = 3$$

تمرین (۴):



مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.
الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید.

$$\overbrace{2 \times (3n - 1)}^{17}$$

ب) اگر $n = 6$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

$$2n(3n - 1) = 2 \times 6 \times (3 \times 6 - 1) = 2 \times 6 \times 17 = 204$$

تمرین (۵):

هزینه ورودی یک پارک بازی ۵۰۰۰ تومان است. و همچنین قیمت هر وسیله بازی هم ۲۰۰۰ تومان است.

الف) هزینه این پارک بازی را به صورت عبارت جبری بنویسید.

$$2000 \cdot n + 5000$$

ب) علی دیشب در این پارک ۶ بازی را انجام داد. هزینه او را حساب کنید.

$$2000 \cdot n + 5000 = 2000 \times 6 + 5000 = 12000 + 5000 = 17000$$

تمرین (۶):

در یک کارگاه ساختمانی روزانه تعداد m کیسه سیمان به قیمت ۲۰۰۰۰ تومان و n کیسه گچ به قیمت ۱۵۰۰۰ تومان استفاده می شود. هزینه گچ و سیمان روزانه این کارگاه را با یک عبارت جبری بنویسید.

$$m = \text{سیمان} \quad n = \text{گچ} \quad 20000 \cdot m + 15000 \cdot n$$

اگر امروز ۹ کیسه سیمان و ۷ کیسه گچ مصرف شده باشد. هزینه امروز را محاسبه کنید.

$$20000 \cdot m + 15000 \cdot n = 20000 \times 9 + 15000 \times 7 = 180000 + 105000 = 285000$$

تمرین (۷):

مقدار عددی عبارت های جبری زیر را به ازای عددهای داده شده به دست آورید.

$$a = 3, b = 5 \quad 2a - b - ab = 2 \times 3 - 5 - 3 \times 5 = 6 - 5 - 15 = -14$$

$$x = -1, y = 3 \quad 5x + (y-1)(y-2) = 5 \times (-1) + (3-1) \times (3-2) = -5 + 2 = -3$$

تمرین (۸):

مقدار عددی عبارت زیر را به ازای مقادیر داده شده حساب کنید.

$$x = -1, y = 4 \quad 2(3x - 2y) + 3(x - y) = 6x - 4y + 3x - 3y = 9x - 7y = 9 \times (-1) - 7 \times 4 = -9 - 28 = -37$$

فعالیت :

می خواهیم بدانیم پاسخ رابطه $5x - 3 = 27$ چه عددی است؟ یعنی اینکه چه عددی را به جای x بگذاریم تا تساوی برقرار شود؟ برای این کار باید به جای x عددهای مختلف را قرار دهید، و درستی یا نادرستی آن را بررسی کنید. می توانید از جدول زیر که در درس گذشته آن را یاد گرفته اید استفاده کنید.

x	۳	۴	۵	۶
$5x - 3 = 27$	$5 \times 3 - 3 = 12 \neq 27$ ۱۵	$5 \times 4 - 3 = 17 \neq 27$ ۲۰	$5 \times 5 - 3 = 22 \neq 27$ ۲۵	$5 \times 6 - 3 = 27$ ۳۰

همانطور که مشاهده می کنید، وقتی به جای x عدد ۶ را قرار می دهیم جواب درست می شود.

به یک تساوی جبری مانند $5x - 3 = 27$ که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل می شود، «معادله» می گویند. جواب های معادله همان عددهایی هستند که تساوی عددی را برقرار می کنند. در این مثال پاسخ معادله $x = 6$ است.

تمرین (۱):

پاسخ معادله زیر را با حدس و آزمایش به دست آورید.

$$8x + 3 = 75$$

فعالیت :

می خواهیم بررسی کنیم که آیا $x = 3$ جواب معادله $x \cdot x - \frac{x+1}{2} = 10$ است؟ با توجه به فعالیت قبل یاد گرفتید که

جواب معادله باید تساوی را برقرار کند. پس به جای x عدد ۳ را قرار می دهیم و بررسی می کنیم که آیا تساوی برقرار

$$3 \times 3 - \frac{3+1}{2} = 9 - 2 = 7 \neq 10$$

می شود یا خیر؟

همانطور که مشاهده می کنید تساوی برقرار نشد، پس $x = 3$ جواب این معادله نیست.

تمرین (۲):

آیا $x = -5$ جواب معادله $3x + x \cdot x = 10$ است؟

فعالیت :

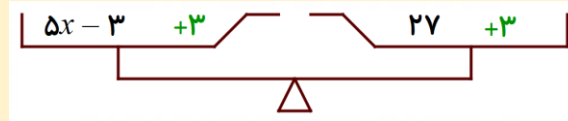
به نظر شما آیا حدس و آزمایش کردن همیشه راه حل مناسبی است؟ و همچنین آیا می شود روش بهتری برای به دست آوردن جواب معادله پیدا کرد؟

معادله را همچون ترازویی در نظر بگیرید که دو طرف آن برابر هستند. از همان معادله فعالیت اول استفاده می کنیم.

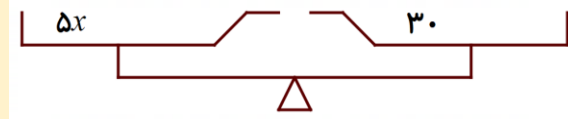


$$5x - 3 = 27$$

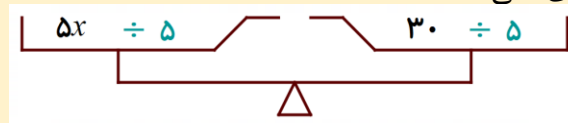
چون دو طرف با هم مساوی هستند پس ترازو در حالت تعادل قرار دارد. و باید این حالت را حتماً داشته باشد. اگر به دو طرف ترازو عدد $+3$ را اضافه کنیم آیا تعادل ترازو به هم می خورد؟ چون به هر دو طرف مقداری مساوی اضافه کردیم تعادل تغییری نمی کند.



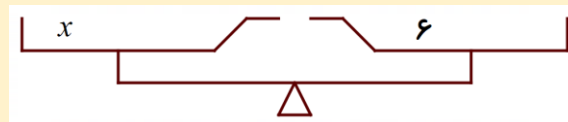
حال این عدد $+3$ را با اعداد جمع می کنیم. مشاهده می کنید که در طرف چپ حاصل جمع $+3$ با -3 برابر صفر می شود.



در مرحله بعد چون به دنبال مقدار x هستیم هر دو طرف ترازو را بر 5 تقسیم می کنیم. آیا باز هم تعادل ترازو به هم می خورد؟ تقسیم به این معنی است که هر طرف را پنج قسمت مساوی می کنیم و یک قسمت را می گذاریم بماند. باز هم متوجه می شوید که تعادل ترازو تغییری نمی کند.



و در نهایت بدون اینکه تغییری در تعادل ترازو داده باشیم می توانیم مقدار x را به دست آوریم.



$$x = 6$$

حالا بیاییم این روش را به طور خلاصه بنویسیم.

$$5x - 3 = 27$$

$$5x = 27 + 3$$

$$5x = 30$$

$$x = \frac{30}{5} = 6$$

دقت کنید که در طرف چپ، چون حاصل $3 - 3 = 0$ است. فقط $5x$ را می نویسیم.

فعالیت :

برای اینکه حل معادله را بهتر یاد بگیرید. به مثال های زیر دقت کنید.

$$x + 5 = 8$$

$$x = 8 - 5$$

$$x = 3$$

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4} = 7$$

$$3x + 4 = 19$$

$$3x = 19 - 4$$

$$3x = 15$$

$$x = \frac{15}{3} = 5$$

$$-5x - 7 = -27$$

$$-5x = -27 + 7$$

$$-5x = -20$$

$$x = \frac{-20}{-5} = +4$$

تمرین (۳):

معادله های زیر را حل کنید.

$$x + 10 = 2$$

$$6x = -60$$

$$4x + 7 = 43$$

$$9x - 3 = 51$$

$$4x + 5 = -11$$

فعالیت :

حال بیایید کمی معادله ها را گسترده تر مورد بررسی قرار دهیم. به معادله $5x + 3 = 3x + 11$ دقت کنید. در این معادله هر دو x یکسان است و باید به دنبال یافتن آن باشیم. باز هم از همان روش ترازو استفاده می کنیم. اگر بتوانیم یک نظمی به این معادله بدهیم کار ما بسیار ساده می شود. سعی می کنیم آنهایی که x دارند و ما نمی دانیم چه عددی هستند سمت چپ باشند. اینها را مجهول می گویند (مجهول یعنی ناشناخته) فقط باید حواسمان جمع باشد که تعادل به هم نخورد. به مراحل حل این معادله دقت کنید.

$$5x + 3 = 3x + 11$$

$$5x - 3x = -3 + 11$$

$$2x = 8$$

$$x = \frac{8}{2} = 4$$

(الف) به دو طرف -3 اضافه کردیم که در سمت چپ چون صفر می شود نمی نویسیم.

(ب) به دو طرف $3x$ اضافه می کنیم و چون سمت راست صفر می شود نمی نویسیم.

(ج) سمت چپ را با توجه به عبارت جبری حساب می کنیم.

(د) سمت راست را با توجه به عدد صحیح حساب می کنیم.

اگر کمی فکر کنید و بیشتر دقت کنید می توانید روشی را برای مرتب کردن معادله های این گونه برای خود کشف کنید.

می توانیم این گونه به معادلات نگاه کنیم که باید مقادیر مجهول یک طرف باشد و اعداد معلوم هم طرف دیگر مساوی. هرگاه هر چیزی جابه جا شود علامت ش قرینه می شود. به مثال زیر دقت کنید.

$$\begin{aligned}
 6x - 1 &= 2x + 11 + 1 \\
 6x - 2x &= +11 + 1 \\
 4x &= +12 \\
 x &= +12 \div 4 = 3
 \end{aligned}$$

برای درک بهتر به معادله ها و حل آنها دقت کنید.

$$7x - 15 = 2x$$

$$7x - 2x = +15$$

$$5x = 15$$

$$x = \frac{15}{5} = 3$$

$$2x - 4 = 7x - 24$$

$$2x - 7x = -24 + 4$$

$$-5x = -20$$

$$x = \frac{-20}{-5} = +4$$

$$10x = 7x - 27$$

$$10x - 7x = -27$$

$$3x = -27$$

$$x = \frac{-27}{3} = -9$$

تمرین (۴):

معادله های زیر را حل کنید.

$$10x + 5 = 3x + 19$$

$$5x + 10 = 3x$$

$$4x = 7x - 12$$

فعالیت :

اگر به یاد داشته باشید در فصل اول کتاب که روش های حل مسئله بود، یکی از روش ها در حل بعضی مسئله ها نوشتن رابطه آن بود. به این سوال که از خود آموز شماره ۳ است. دقت کنید.

احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چه چقدر است؟

بسیاری از دانش آموزان برای حل اینگونه مسائل به صورت زیر عمل می کنند:

$$\text{قیمت هر دفتر } ۲۸۰۰۰ \div ۴ = ۷۰۰۰ \quad \text{پول دفتر ها } ۳۰۰۰۰ - ۲۰۰۰ = ۲۸۰۰۰$$

باز هم برای اینکه نشان دهیم مسئله ها را می توان با روش های گوناگون حل کرد، با یک روش دیگر این مسئله را حل می کنیم. چون قیمت دفتر را نمی دانیم برای آن جای خالی می گذاریم.

$$۴ \times \boxed{\dots\dots\dots} + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

عبارت بالا یعنی پول چهار تا دفتر با ۲۰۰۰ تومان باقیمانده روی هم می شود کل پول احمد که ۳۰۰۰۰ تومان است.

حالا می توانید با حدس و آزمایش عدد جای خالی را پیدا کنید.

حال که معادله را یاد گرفته اید می توانید عبارت بالا را به صورت مقابل بنویسید.

دقت کنید که x یعنی همان مجهول، چیزی است که مسئله از ما می خواهد. در این مسئله ($x =$ قیمت هر دفتر) پس

$$\text{معادله مسئله به صورت مقابل است.} \quad ۴x + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

حال آن را با روشی که برای معادله خوانده اید، حل می کنیم.

$$۴x + ۲۰۰۰ = ۳۰۰۰۰$$

$$۴x = ۳۰۰۰۰ - ۲۰۰۰$$

$$۴x = ۲۸۰۰۰$$

$$x = \frac{۲۸۰۰۰}{۴} = ۷۰۰۰$$

نکته مهم در حل مسئله به کمک معادله، تبدیل اطلاعات و خواسته های مسئله به معادله است.

تمرین (۵):

مسئله زیر را به روش معادله حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

تمرین (۱):

پاسخ معادله زیر را با حدس و آزمایش به دست آورید.

$$8x + 3 = 75$$

x	۵	۷	۸	۹
$8x + 3 = 75$	۴۰ $8 \times 5 + 3 = 43 \neq 75$	۵۶ $8 \times 7 + 3 = 59 \neq 75$	۶۴ $8 \times 8 + 3 = 67 \neq 75$	۷۲ $8 \times 9 + 3 = 75$

جواب معادله $x = 9$

تمرین (۲):

آیا $x = -5$ جواب معادله $3x + x \cdot x = 10$ است؟

در معادله به جای x عدد -5 را قرار می دهیم.

$$3 \times (-5) + (-5) \times (-5) = -15 + 25 = 10$$

تساوی برقرار است. پس $x = -5$ جواب معادله است.

تمرین (۳):

معادله های زیر را حل کنید.

$$x + 10 = 2$$

$$6x = -60$$

$$4x + 7 = 43$$

$$9x - 3 = 51$$

$$4x + 5 = -11$$

$$x + 10 = 2$$

$$6x = -60$$

$$4x + 7 = 43$$

$$9x - 3 = 51$$

$$4x + 5 = -11$$

$$x = 10 - 2$$

$$x = \frac{-60}{6} = -10$$

$$4x = 43 - 7$$

$$9x = 51 + 3$$

$$4x = -11 - 5$$

$$x = 8$$

$$4x = 36$$

$$9x = 54$$

$$4x = -16$$

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

$$x = \frac{54}{9} = 6$$

$$x = \frac{-16}{4} = -4$$

تمرین (۴):

معادله های زیر را حل کنید.

$$10x + 5 = 3x + 19$$

$$5x + 10 = 3x$$

$$4x = 7x - 12$$

$$10x + 5 = 3x + 19$$

$$5x + 10 = 3x$$

$$4x = 7x - 12$$

$$10x - 3x = -5 + 19$$

$$5x - 3x = -10$$

$$4x - 7x = -12$$

$$7x = 14$$

$$2x = -10$$

$$-3x = -12$$

$$x = \frac{14}{7} = 2$$

$$x = \frac{-10}{2} = -5$$

$$x = \frac{-12}{-3} = +4$$

تمرین (۵):

مسئله زیر را به روش معادله حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه داشت، او تعدادی از گل ها را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان کاشت و در آخر هم ۴ گل اضافه آورد. او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

در این مسئله مجهول تعداد گل های بنفشه در هر متر مربع است. $x =$ تعداد گل بنفشه در هر متر مربع

$$6x + 4 = 100$$

$$6x = 100 - 4$$

$$6x = 96$$

این باغبان در هر متر مربع ۱۶ گل بنفشه کاشته است.

$$x = \frac{96}{6} = 16$$