

- ۱- تعریف علم آمار
- ۲- جدول راهها
- ۳- خطوط
- ۴- انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

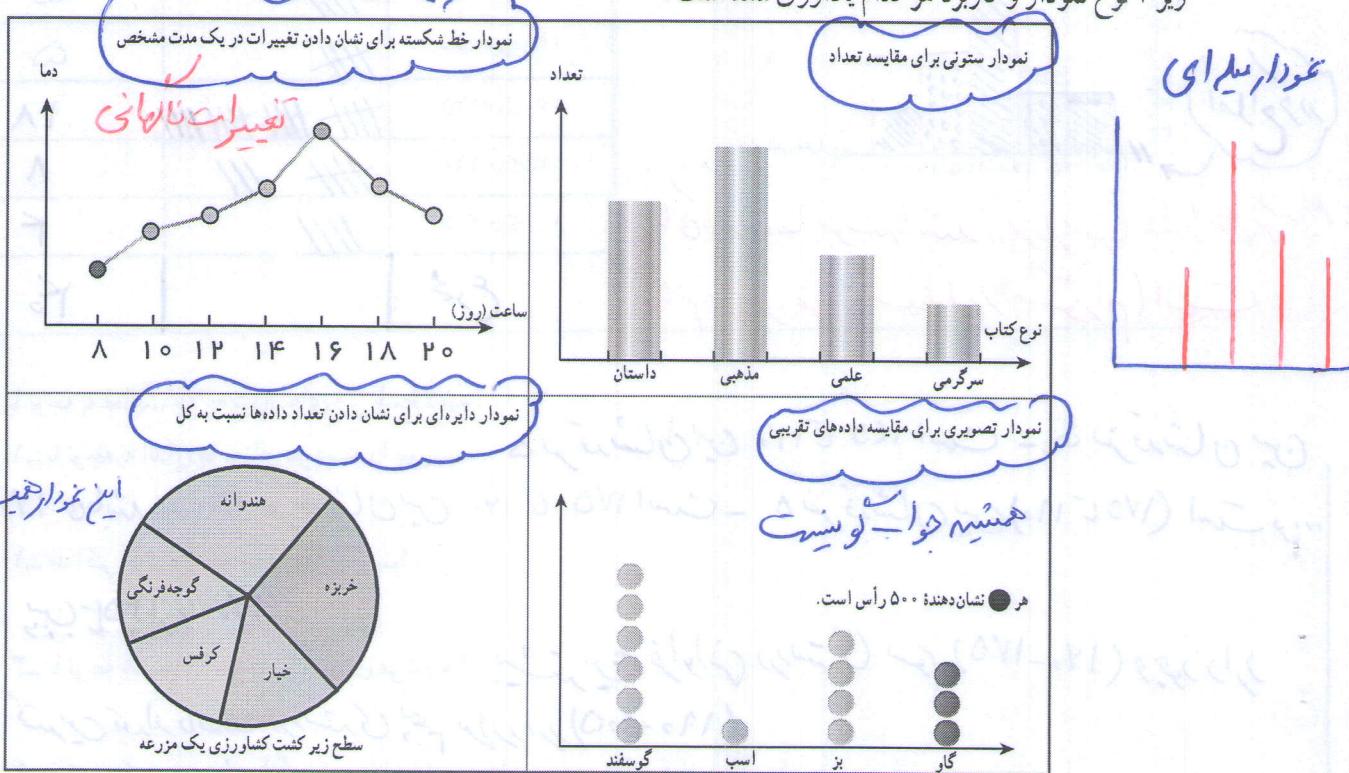
درسی

علم آمار

نمودار

در دوره دبستان با علم جمع‌آوری، سازماندهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در

زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است:



اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشد، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازماندهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازه قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا بر حسب سانتی‌متر مشخص شده

است. ($40 = n$)

۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۳	۱۷۴	۱۷۸	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۰۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۲۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۹۳	۱۶۸	۱۷۰	۱۳۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۷۰	۲۰۵	۱۶۸	۱۷۳	۱۹۰	۱۴۳	۱۴۲	۱۷۰	Min

MAX

۲۰۵

وزن

۱۲۵

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصله بین این دو عدد دامنه تغییرات می‌گویند.

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصله مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{دامتی تغییرات} = \text{MAX} - \text{MIN}$$

$$\frac{\text{دامتی تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \text{طول دسته‌ها}$$

معنای $145 \leq x < 130$ را توضیح دهد. چه تفاوتی بین $<$ و \leq وجود دارد؟

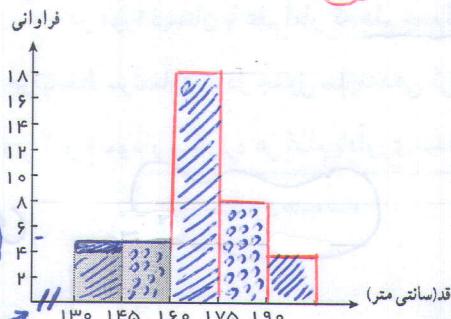
$$\frac{170}{5} = 15 = \text{طول دسته‌ها}$$

۱۲۰ داده‌ایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است

و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.

فراوانی



اصلاح شده

زیانی مدارها بیوسته باشند در نزد ارسان ها را بهم ترجیح می‌بایم
و تمام عنصر از نزد ارسان سطیلی (هیستوگرام) است

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$130 \leq x < 140$		۵
$140 \leq x < 150$		۵
$150 \leq x < 160$		۱۸
$160 \leq x < 170$		۸
$170 \leq x < 180$		۴
$180 \leq x < 190$		۲
$190 \leq x < 200$		۰
مجموع		۴۳

با توجه به فعالیت بالا به سوال‌های زیر پاسخ دهید.

- با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید.
- نفر قدردان بین ۱۲۰ تا ۱۶۵ است - نفر قدردان بین ۱۴۵ تا ۱۹۰ می‌باشد - ۱۸ نفر قدردان بین ۱۴۰ تا ۱۷۵ است - ۸ نفر قدردان بین (۱۷۵ تا ۱۹۰) است و ...
- قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۳- با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشترین فراوانی درسته‌ی سوم (۱۴۰-۱۷۵) وجود دارد
کمترین تعداد راه‌های درسته‌ی پنجم ترا را در (۱۹۰-۲۵) داشته‌ایم

۴- فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

درسته‌ی سوم یعنی (۱۷۵-۱۴۰)

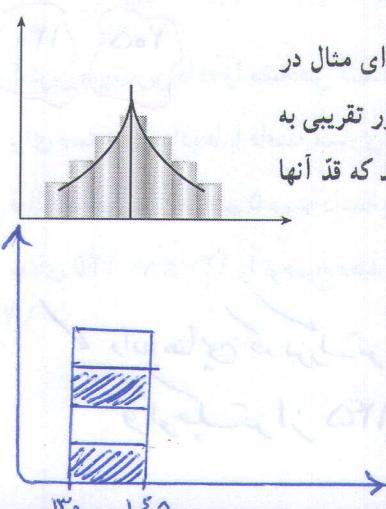
۵- دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ در برنامه ریزی‌ها آینده بی تواند بور را استفاده قرار بگیرد
تیم بسکتبال - برای هوشمندی هم خواهد برازی فروشن سراهنگ به این روستا بروز

برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به صورتی باشد که نمودار **بلوکی** متقارن شود، میانگین داده‌ها در دسته وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیدا کردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.

در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئله بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدردان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قد آنها بیشتر از میانگین است.

غورنرینگ: هر بلوک نسبت دهنده‌ی بیوادرس است





۱- میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به صورت زیر گزارش شده است :

+2	+2	+4	+5	+6	0	-1	-2	0	-3	-7	-2	-1	0	0	0
-1	-3	-6	-7	-8	+8	+7	+8	+7	+6	+3	+1	+2	+3	+4	+4
+2	+2	-4	-2	-1	0	-5	-3	0	0	+1	+1	+4	+6	+7	+7

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سوالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

$$1 - (-1) = 14 \quad \text{دانه‌ی تغییر}$$

● دامنه تغییرات چقدر است؟

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ طول هر دسته $4 = 14 \div 4$

۲- نمرات درس ریاضی دانشآموزان یک کلاس به صورت زیر است. با توجه به دامنه تغییرات آنها را به ۵ دسته مساوی

دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را $\text{طول هر دسته } 3 = 15 \div 5 \quad \text{دانه‌ی تغییر} \quad 20 - 5 = 15$ توصیف کنید.

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۰	۱۲/۰	۱۳	۱۲	۱۲/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸			
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۰	۱۷	۱۵/۰	۱۶/۰	۱۱	۸/۰	۷	۵	۱۳	۱۵			
۱۴	۱۰/۰	۱۱/۰	۱۰	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۰	۲۰	۱۷۲	۱۷۱	۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳

۳- در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه گیری شده $172 - 152 = 20$ = دانه‌ی تغییر است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصله ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

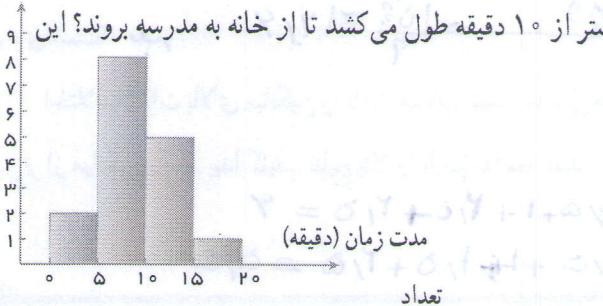
۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۶۸	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱			
							۱۷۲	۱۷۱							
							۱۷۲	۱۷۱	۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴

۴- از دانشآموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی

تعداد دانشآموز

داده‌ها نمودار ستونی مقابله رسم شده است. چند دانشآموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این

کلاس چند دانشآموز دارد؟ ۴ نفر

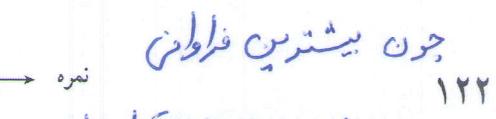


۵- نمودار نمرات یک کلاس به صورت زیر است.

- این کلاس چند دانشآموز دارد؟ ۳ نفر

- آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بله

- آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بله



در دسته‌ی ۱۶-۲۰ فرآور رار

طول هر دسته $4 = 20 \div 5$

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبه میانگین داده‌های نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌های برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی داده عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

۱- نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \bar{X} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{S}{n}$$

۲- میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز $\frac{16}{5}$ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.
 مجموع $115/5 + 15 + 17 = 147/5 = 147,5$
 میانگین جدید $147,5 \div 9 = 14,28$
 آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده ($\frac{16}{5}$ می‌شود) و سپس میانگین $\frac{16}{5}$ و $\frac{16}{5}$ را حساب کرد؛ چرا؟
 $\frac{15+17}{2} = 16$ $\frac{14+14,5}{2} = 14,25$ $14,25 \neq 14,28$
 میانگین مقایسه دار

۳- نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است :

۱۰/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۶ ۱۵ ۱۷ ۱۹ ۱۷/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ بله $\frac{149,5}{9} = 14,9,5$ میانگین و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.
 ۱۴، ۱۵، ۱۵/۵، ۱۴، ۱۷/۵، ۱۷/۵، ۱۸/۵، ۱۹
 ۴ نمره ۴ نمره
 $14 + 15 + 15,5 + 14 + 17,5 + 17,5 + 18,5 + 19 = 121,5$
 $10,5 + 11,5 + 12,5 + 13,5 + 14,5 + 15,5 + 16,5 + 17,5 = 112,5$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشد و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار

خوب به دست آورد.

$$\frac{4499}{\epsilon_0} = 147,870 \text{ میلیانپر کیلولید.}$$

۱- با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دسته $145 < x \leq 130$ ، ابتدا مجموع عددهای 130 و 145 را به دست

$$\frac{1\mu_0 + 1\epsilon_0}{r} = 1\mu_V/\Delta$$

آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.

۳- اکنون تمام داده ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال، حون عدد ۱۹۲ در دسته ۲۰۵-۱۹۰ قرار دارد به جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

۴- چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟

$$\frac{4V10}{F_2} \approx 14V_{AVD}$$

۵- با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

حکونه پرای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش

$$14V_1 V_D - 14V_1 \Sigma V_D = 9K$$

حقدراست؟

با توجه به فعالیت بالا با کاملا، کردن حدوداً زیور میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

میانگین دسته × فراوانی	میانگین دسته	فراآنی	حدود دسته ها
۴۸۷/۰	۱۳۷/۰	۴	$۱۳^{\circ} \leq X < ۱۴۵$
۷۴۲/۰	۱۹۲/۰	۵	$۱۴۵ \leq X < ۱۶۰$
۳۰۱/۰	۱۴۷/۰	۱۸	$۱۶۰ \leq X < ۱۷۵$
۱۴۹/۰	۱۱۲/۰	۱	$۱۷۵ \leq X < ۱۹۰$
۷۹۰	۱۹۷/۰	۴	$۱۹۰ \leq X \leq ۲۰۵$
۴۷۱/۰		مجموع	

$$\text{میانگین} = \frac{4V10}{F_2} = \underline{14V1V0}$$

- ۱- میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعت عمر لامپ مربوط به تمرین‌های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.
- ۲- جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فرافرمانی	متوسط دسته	متوسط × فرافرمانی
$0 \leq x < 4$	/	۶	۲	۱۲
$4 \leq x < 8$		۴	۶	۲۴
$8 \leq x < 12$		۸	۱۰	۸۰
$12 \leq x < 16$		۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \leq x < 20$		۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳- میانگین نمرات زیر را به دست آورید. چه رابطه‌ای بین این عده‌ها وجود دارد؟ فاصله هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۳ ۱۴ ۱۵ ۱۶ ۱۷ ۱۸ ۱۹ ۲۰

$$\bar{x} = \frac{11+12+13+14+15+16+17+18+19}{9} = 15$$

$$\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کردہ‌اید، میانگین عده‌های زیر را به دست آورید.

۱۷ ۱۶ ۱۵ ۱۴ ۱۳ ۱۲ ۱۱ ۱۰ ۹ ۸ ۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{12+18}{2} = 15$$

$$\bar{x} = \frac{130}{9} = 15$$

۴- میانگین نمرات ریاضی دانشآموزان یک کلاس که ۳۰ دانشآموز دارد، $\frac{17}{25}$ شده است. یکی از دانشآموزان نمره‌اش



خیلی کم است و در این امتحان نمره $\frac{3}{5}$ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانشآموزان نمره بالای

۱۵ گرفته‌اند. اگر این دانشآموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این

$$\text{سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟} = \frac{\frac{17}{25} \times 30 - \frac{3}{5}}{29} = \frac{516}{29} = 17\frac{11}{29}$$

حالا فرض کنید همه دانشآموزان کلاس نمره کمتر از ۱۴ گرفته‌اند و معدل کلاس $\frac{3}{5}$

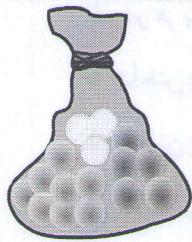
نفره $\frac{10}{25}$ شده است. به جز یک دانشآموز که نمره $\frac{2}{5}$ گرفته است. اگر این دانشآموز را

کنار بگذاریم معدل کلاس چند می‌شود؟

$$\frac{\frac{3}{5} \times 10,20 - \frac{2}{5}}{29} = \frac{30,60 - 2}{29} = \frac{28,60}{29} \approx 9,9$$

نتیجه‌های سیرم عزای سالاویسین تائید زیارتی روی میانگین دارند

مفهوم احتمال و پیشامد



۱- در یک کیسه ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۸ مهره آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟ **بلوں از سه زند قرمز، سفید یا آبی
زیرا از هر سه زند در تیسی راریم و نا نگاه نمی کنیم**

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟ **آبی، چون تعداد مهره‌ای**

آبی بیشتر است

۲- یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ **دو حالت، نیست یا رو**

«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می‌آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ **خیر**

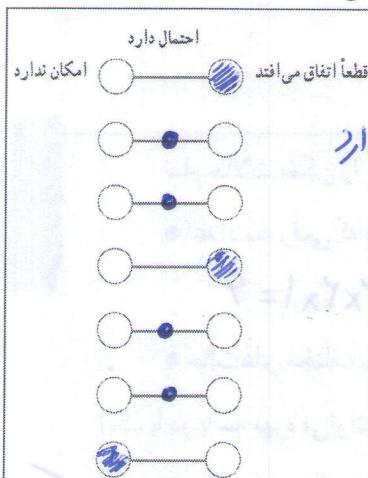
زیرا در بار دوم هم سانس رو یا نیست آمدل بلوں است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران بیارد.» «شانس آوردم همه سوال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم.»

از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجه آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. **شانس را برای سه احتمال اینله سُنْ سِرِم.**

الر در قرعه لشی سر زند سُنْ، ما سُنْ بی خرم

۱- در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.



● یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی‌کند. **قصیحی است**

● هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. **احتمال دارد**

● یک سکه را انداختیم، رو می‌آید. **احتمال دارد**

● ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. **قصیحی است (تفصیل از نتایج)**

● من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آمده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را 20° می‌شوم.

● فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاوریم.

● در یک کیسه ۴ مهره آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز در بیاید.

امکان ندارد



۱- در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

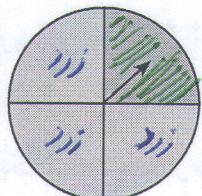
- انداختن یک سکه: رو - پشت

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶

- انداختن یک تاس:

• حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد: روشن - حاموش

• در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از



کیسه بیرون می‌آید: سه حالت (سبز، زرد، آبی)

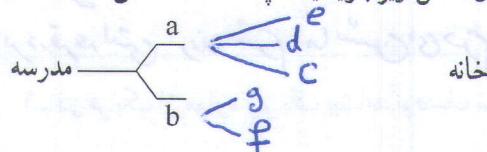
• رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد. سیاه - زرد

۲- وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به صورت $(3, 5)$ و $(5, 3)$ و $(1, 1)$ و $(1, 2)$ و $(1, 3)$ و $(2, 1)$ و $(2, 2)$ و $(2, 3)$ و $(3, 1)$ و $(3, 2)$ و $(3, 3)$ نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ **آنالوگی** $(1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (1, 1), (3, 1), (3, 2), (2, 3)$

چرا از این راهبرد استفاده کردی؟ **تلاری توسعه و جانبداری**

۳- وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از خیابان a برود، از ۳ کوچه c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ **۵ حالت**



تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

• اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به کاررفته است (بدون رقم تکراری).

$$3 \times 2 \times 1 = 6$$

• حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم.

(آبی، قرمز یا سبز) حالت ۳ \rightarrow ۱ مهره

(یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

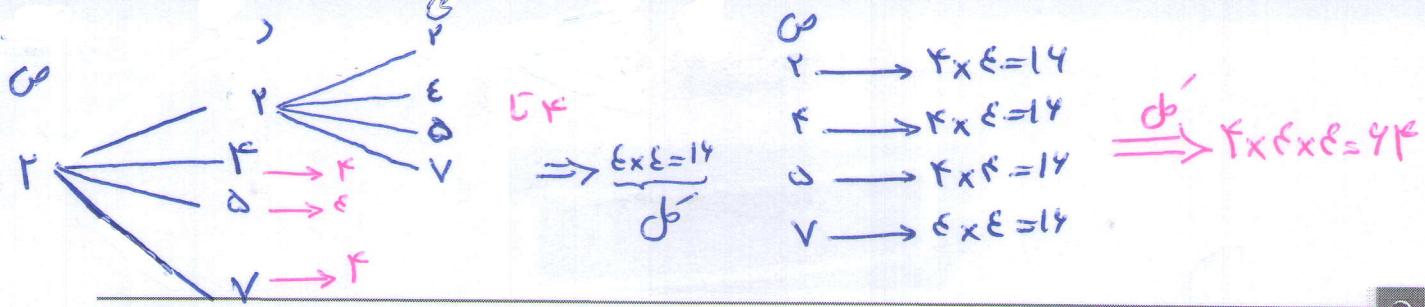
• حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

تاس سکه (سبز و قرمز) و (سبز و آبی) و (قرمز و آبی)

۱۲۷

حالت ۱ \rightarrow ۳ مهره

تاس	تاس	سکه	تاس	تاس
۱	۱	ر	۱	۱
۲	۲	ر	۲	۲
۳	۳	ر	۳	۳
۴	۴	ر	۴	۴
۵	۵	ر	۵	۵



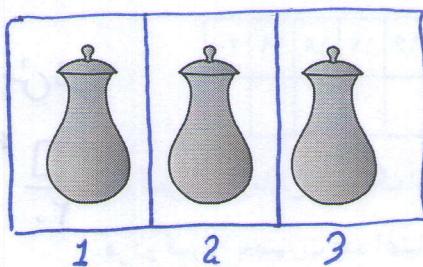
۱- تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقمهای ۴، ۷، ۵ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲- تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید.

۳- یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنچر باشند؟

۴- در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟

اصلح نشود



۶ حالت متران
جای دار

۱	۲	۳	۱	۲	۳
ش	ش	ش	ش	ش	ش
ش	ش	ش	ش	ش	ش
ن	ن	ن	ن	ن	ن
ج	ج	ج	ج	ج	ج
ج	ج	ج	ج	ج	ج

۵- به چند حالت می‌توان کره، مریا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



$$(4-1)! = 3! = 6$$

$$\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{4} = 6$$

۶- اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر

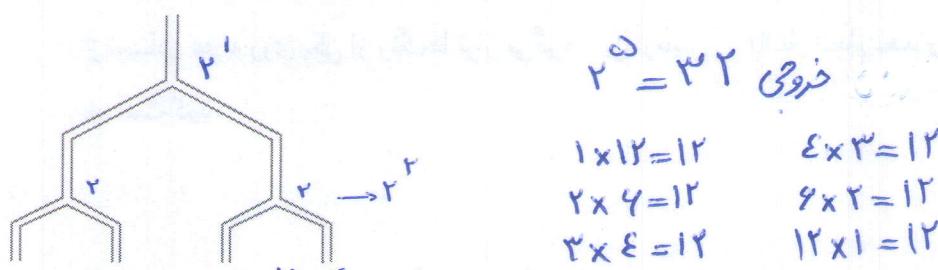
می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ پارو یا پشت

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. نارس
ب) این بار هم رو می‌آید. نادرست

است. درست زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت سازن مساری داریم

۷- لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم

داشت؟ با عدد توان دار نشان دهید.



۸- ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ ۶ حالت
به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ ۶ حالت

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

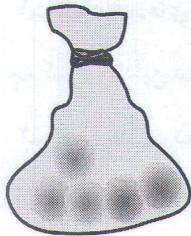
(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا

مهره داشته باشد.)

۷ حالت

۱	۲	۳
۱	۱	۴
۱	۲	۵
۱	۳	۶
۲	۲	۴
۲	۳	۳

احتمال ریاضی



۱- در داخل یک کیسه ۳ مهره آبی و ۲ مهره قرمز قرار دهید (می‌توانند از خود و لوبیا استفاده کنند). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج ورنگ آن را در جدول زیر بادداشت کنید. مهره را سرجایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

	آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																					

آزمایش سود

فرمرز
۳
۵

چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

هر دو کسر را به صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟

اگر کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمده است، چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

۳
۵

حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

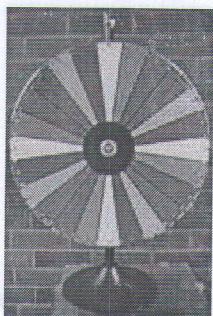
اگر آزمایش ۱۰ دانش‌آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟

هر چه قدر نتایج آزمایش‌ها بین سود حواب به $\frac{3}{5}$ نزدیک شده‌اند؟

۲- یک صفحه چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را بادداشت کنید.



	آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																					

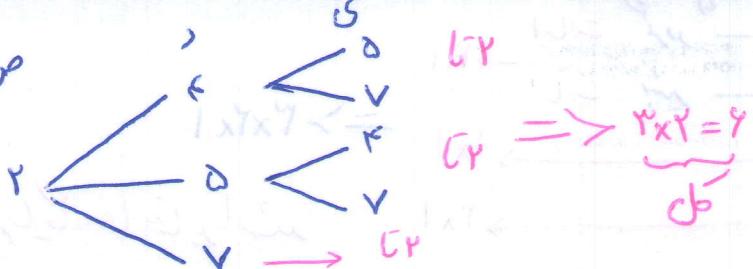
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجه آزمایش به رنگ سبز: آبی:

قرمز: چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟

۱۲۹

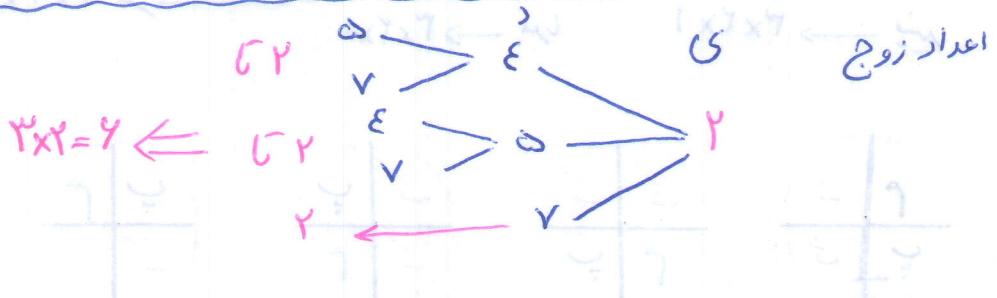
۱۰۰



$$\begin{aligned} r &\rightarrow 3 \times 3 \\ s &\rightarrow 3 \times 3 \\ t &\rightarrow 3 \times 3 \\ u &\rightarrow 3 \times 3 \\ v &\rightarrow 3 \times 3 \\ w &\rightarrow 3 \times 3 \\ \Rightarrow 3 \times 3 \times 3 &= 27 \end{aligned}$$

مقدار رسمی
آنونا نگار رسمها

$$\begin{aligned} r &\rightarrow 3 \times 3 = 9 \\ s &\rightarrow 3 \times 3 = 9 \\ \Rightarrow 3 \times 3 \times 3 &= 27 \\ \Rightarrow 3 \times 3 \times 3 &= 27 \end{aligned}$$



$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

اعداد زوج متساوی

$$\begin{aligned} a &\rightarrow r \\ b &\rightarrow r \\ c &\rightarrow r \\ \Rightarrow r \times r \times r &= 9 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{12}$$

مقداری که این حروف روی کارت باشند تکرار نداریم

$$\begin{aligned} a &\rightarrow r \\ b &\rightarrow r \\ c &\rightarrow r \\ \Rightarrow r \times r \times r &= 9 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{12}$$

$$\begin{aligned} a &\rightarrow r \\ b &\rightarrow r \\ c &\rightarrow r \\ \Rightarrow r \times r \times r &= 9 \end{aligned}$$

حالت ممکن: ۵ حالت

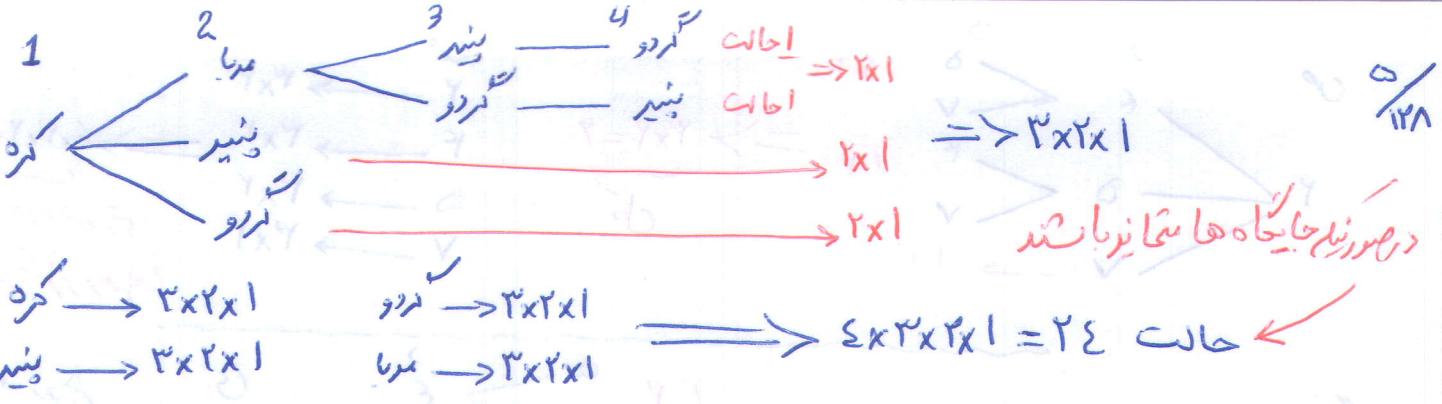
$$\begin{aligned} \text{جای اول} & \quad \text{جای دوم} \quad \text{جای سوم} \quad \text{جای چهارم} \quad \text{جای پنجم} \\ 0,1 & \quad 0,0 \quad 1,0 \quad 1,0 \quad 0,1 \end{aligned}$$

کل حالت های ممکن

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \text{جای اول} \rightarrow \text{جای دوم} \rightarrow 2 \times 1 \\ \text{سکر} &\rightarrow \text{جای اول} \rightarrow \text{جای دوم} \rightarrow 2 \times 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow \text{جای اول} \rightarrow \text{جای دوم} \rightarrow 2 \times 1 \\ \text{سکر} &\rightarrow \text{جای اول} \rightarrow \text{جای دوم} \rightarrow 2 \times 1 \end{aligned}$$

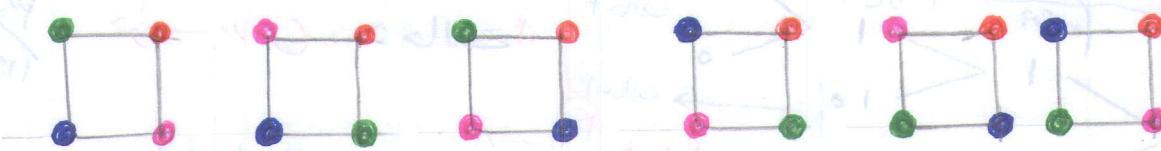
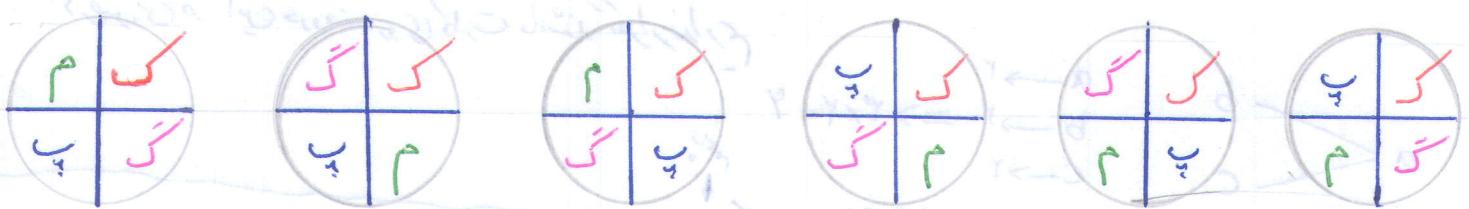


این ۴ حالت یعنی ممکن نیست
سی هر حالت ۴ بار بارگذاری شود
 $24 \div 4 = 6$

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 256$$

حالات ۲۵۶ در صور زیر ممکن است از اینها ۳ تا با استفاده از مترادفیت و توانیم بارگذاری نیز اتفاق نماید

راه حل برای راسون (آموزانج (راهنمای درس سکول))



$$P = 7 \times 7$$

$$P = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$P = 7^7$$

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a ، تعداد حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن پیشامد را با $n(a)$ و تعداد پیشامدهای ممکن را با $n(s)$ نمایش می‌دهیم. پس:

$$P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$$

۱- وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.

وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$ ، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲- وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
چون ۴، ۲ یا ۶ اعداد زوج هستند.

$n(s) =$ (تمام حالت‌ها)
چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید.

$$P = \frac{\text{زوج آمدن}}{\text{آمدن}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

پس:

۳- چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ ریاضی اثبات اتفاق نیافرید برابر صفر است و از صدر درصد اتفاق نیافرید احتمال آن برابر ۱ است

بس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و ۱ است

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

$$\text{احتمال رو آمدن} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{احتمال پشت آمدن} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

$$\text{احتمال رنگ سبز} = \frac{1}{4}$$

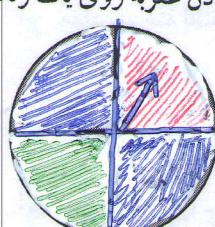
$$\text{احتمال رنگ قرمز} = \frac{1}{4}$$

$$\text{احتمال رنگ آبی} = \frac{1}{2}$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال‌های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می‌شود

۱۳۰





۱- دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت

آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟

در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد بیشتر است زیرا $\frac{1}{4} > \frac{1}{6}$

۲- در هر کدام از کيسه های مقابل فقط یک مهره سیاه هست و بقیه

سفیدند. اگر یک مهره از هر کيسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در

کدام یک بیشتر است؟ چرا؟ **در کيسه اول ۰.۵ مهره دارد احتمال**

بیشتری دارد جون $\frac{1}{100} > \frac{1}{1000} > \frac{1}{10}$

۳- یک صفحه چرخنده به صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار

بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می گیرد؟ چرا؟ **۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ کل سبز رنگ است**

۴- نه مهره را که روی آنها عدد های ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کيسه ریخته ایم. مریم یک مهره را از کيسه بیرون می آورد. احتمال این که مهره خارج شده زوج باشد چقدر است؟ **$\frac{4}{9}$**

احتمال این که مهره خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ **$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$**

۵- در یک کيسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{2}$ آنها زرد، $\frac{1}{3}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون نگاه کردن به داخل کيسه مهره ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ **سبز $\frac{1}{12} < \frac{1}{6} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2}$**

۶- دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونه ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به طور تصادفی انتخاب می شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر است؟ **$\frac{45}{100} = \frac{x}{1200} \Rightarrow x = 540$**

۷- از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به طور تصادفی برای آزمایش خارج می کنیم. اگر ۵ لامپ از این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟ **$\frac{100}{300} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = 15$**

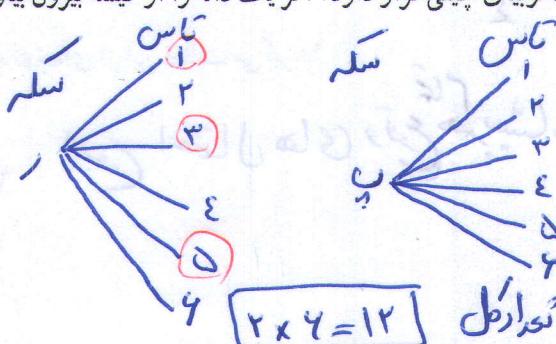
۸- یک سکه و یک تاس را با هم انداخته ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹- در یک کيسه ۱۰ لوبيای قرمز، ۵ لوبيای سفید و ۵ لوبيای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کيسه بیرون بیاوریم،

احتمال این که لوبيا چیتی باشد، چقدر است؟

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

نحوه حل $\frac{5}{10} \leftarrow \text{تعداد لوبيا چیتی} = \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



۹ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک

مثال بزنید:

- آمار ● داده ● دامنهٔ تغییرات ● حدود دسته ● متوسط دسته ● فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- دانستن کاربرد هریک از نمودارها

- درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پذیرهٔ طبیعی
- رسم نمودار بلوکی

- پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- پیدا کردن میانگین چند عدد

- نوشتند تمام پیشامدهای ممکن
- درک مفهوم پیشامد

- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد
- پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد

- پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتند رابطه آن
- احتمال ریاضی یک پیشامد

- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است.
- مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع

$$\text{پیشامدها را پیش‌بینی کیم} \Rightarrow \frac{1950}{90} = 21\bar{6}$$

$$= \frac{10 \times 5 + 25 \times 25 + 15 \times 35 + 5 \times 45}{90} = \text{میانگین}$$

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به خوبی فراگرفته‌اید.

$$21\bar{6}$$

۱- با توجه به نمودار ~~نمودار~~ سنتی مقابله میانگین داده‌ها را بدست آورید.

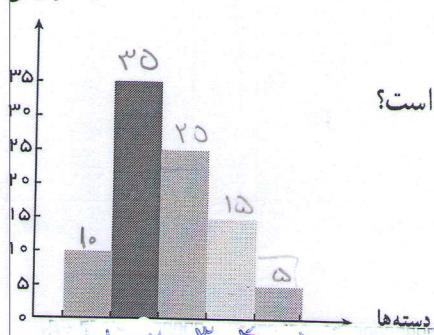
اصلاً ~~نمودار~~ ~~نمودار~~

۲- دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

$$\text{کل حالت‌ها} = 4 \times 4 = 16$$

$$\text{زوج زر} = 3 \times 3 = 9 \Rightarrow 9+9 = 18 \Rightarrow \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$$

$$\text{زوج زر} = 3 \times 3 = 9$$



۱۳۲
و زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دوی فرد باشد